Міністерство світи і науки України
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
фізико-технічний факультет
кафедра радіоелектронної автоматики

В.Б.Мазуренко

ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ

Методичні вказівки щодо виконання лабораторних робіт

Дніпро

2020

Наведено методичні вказівки щодо виконання лабораторних робіт з курсу «Основи цифрової обробки сигналів та зображень», який розроблено у відповідності до освітньо-професійних програм першого рівня вищої освіти «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» та «Кібербезпека». Для студентів фізико-технічного факультету ДНУ, що навчаються за спеціальностями 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» та 125 «Кібербезпека» на першому рівні вищої освіти.

Укладач: доцент кафедри радіоелектронної автоматики фізико-технічного факультету Дніпровського національного університету ім. Олеся Гончара Мазуренко Валерій Борисович.

ЛАБОРАТОРНА РАБОТА З КУРСУ "ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ"
№ С-01

Тема: Перетворення аналогових сигналів на цифрові. Найпростіші операції над числовими послідовностями.

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Метою лабораторної роботи є отримання навичок з виконання переходу від аналогових сигналів до цифрових сигналів, представленні цифрових сигналі у вигляді числових послідовностей, а також у проведенні найпростіших операцій з числовими послідовностями.

Дослідження виконується за допомогою віртуальних приборів, як то: генератори сигналів та осцилографи. Моделювання проводиться у середовищі Matlab – Simulink.

Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанта відповідає порядковому номеру прізвища студента у списку групи.

Рекомендується оброблення результатів, отриманих в ході виконання лабораторної роботи (операції над послідовностями, таблиці, графіки), проводити в програмі Excel.

Пакети Matlab і Simulink

Пакет розширення Simulink системи MATLAB є ядром інтерактивного програмного комплексу, призначеного для математичного моделювання лінійних і нелінійних динамічних систем та пристроїв, представлених своєю функціональною блок-схемою, що називається S-модель, або просто модель. Можливі різні варіанти моделювання: в часовій області, в частотної області, з управлінням за подією, на основі спектральних перетворень Фур'є, з використанням методу Монте-Карло (реакція на дії випадкового характеру) та інше.

Аналогові, дискретні та цифрові сигнали

Усякий фізичний сигнал є безперервною функцією часу. Такі сигнали, які визначені в усі моменти часу, називають аналоговими *(analog).* Послідовність чисел, що представляє сигнал при цифровій обробці, є дискретним рядом *(discrete series),* і він, природньо, не може повністю відповідати аналоговому сигналу. Числа, що складають послідовність, є значеннями сигналу в окремі (дискретні) моменти часу, і вони називаються відліками сигналу (*samples*). Як правило, відліки беруться через рівні проміжки часу *T,* які звуться періодом дискретизації (або інтервалом, кроком дискретизації – *sample time*). Величина, обернена до періоду дискретизації, називається частотою дискретизації *(sampling frequency*): $f_д = 1/T$. Відповідна їй кругова частота визначається таким чином: $\omega = 2\pi f_д = 2\pi / T$.

Ясно, що в загальному випадку подання сигналу набором дискретних відліків призводить до втрати інформації, так як ми нічого не знаємо про поведінку сигналу в проміжках між відліками. Однак, як буде показано в наступній лекції (розділ «Теорема Котельникова»), існує клас аналогових сигналів, для яких такої втрати інформації не відбувається і які можуть бути точно відновлені за значеннями своїх дискретних відліків.

Процес перетворення аналогового сигналу в послідовність відлікив називається дискретизацією (*sampling*), а результат такого перетворення – дискретним сигналом.

При обробці сигналу в обчислювальних пристроях його відліки представляються у вигляді двійкових чисел, що мають обмежене число розрядів. Внаслідок цього відліки можуть приймати значення лише з певної кінцевої множини і, отже, при поданні сигналу неминуче відбувається його округлення. Процес перетворення відліків сигналу в числа називається квантуванням за рівнем *(quantization),* а виникаючі при цьому помилки округлення – помилками (або *шумами)* квантування *(quantization error, quantization noise*).

Сигнал, дискретний у часі, але не квантований за рівнем, називається дискретним *(discrete-time)* сигналом. Сигнал, дискретний у часі і квантований за рівнем, називають цифровим *(digital)* сигналом. Сигнали, квантовані за рівнем, але безперервні в часі, на практиці зустрічаються рідко. Різницю між аналоговими, дискретними і цифровими сигналами ілюструє рис. 1.

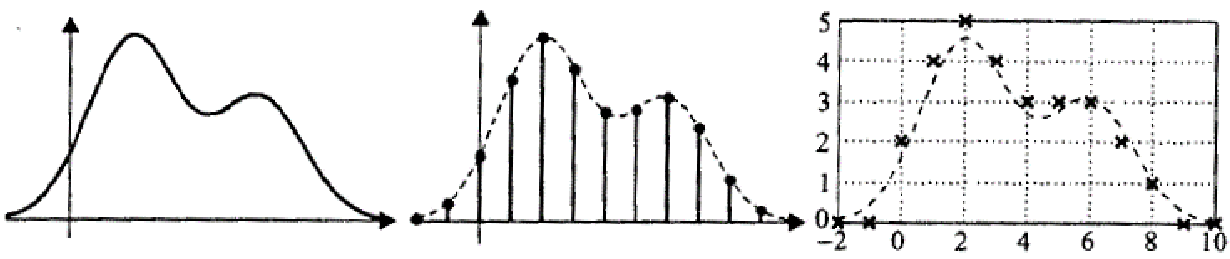


Рис. 1 - Аналоговий (зліва), дискретний (в центрі) і цифровий сигнали

Обчислювальні пристрої, призначені для обробки сигналів, можуть оперувати тільки цифровими сигналами. Існують також пристрої, побудовані в основному на базі аналогової схемотехніки, які працюють з дискретними сигналами, представленими у вигляді імпульсів різної амплітуди або тривалості. Щоб підкреслити відсутність квантування за рівнем, такі пристрої іноді називають *дискретно-аналоговим*.

Дискретні і цифрові сигнали за своїми властивостями дуже близькі і описуються в теорії одним і тим же чином. Відмінність між ними полягає лише в наявності або відсутності квантування. Ця відмінність практично зникає, коли крок квантування дуже малий (коли розрядність АЦП велика) або, коли послідовність цифрових відліків генерується обчислювальними засобами. В останньому випадку квантування визначається точністю подання на комп'ютері чисел дійсного типу. Оскільки ефекти, пов'язані з квантуванням за рівнем, в більшості випадків не настільки значні, то в обсяг курсу не входить розгляд цих ефектів, й в подальшому вони не будуть прийматися до уваги. У зв'язку з цим весь викладений в лекції матеріал в рівній мірі відноситься як до дискретних, так і цифровим сигналів, а терміни дискретний і цифровий будуть застосовуватися по тексту в одному і тому ж загальному значенні.

Однак, тим не менш, слід знати, що наявність квантування, а також ефекти, пов'язані з кінцевою точністю представлення чисел в обчислювальних пристроях, призводять до виникнення окремого виду похибки – похибки квантування, величину якої у багатьох випадках необхідно оцінювати. У деяких, досить рідкісних випадках квантування може призводити до появи осциляцій в процесі вимірювання та управління.

Аналого-цифрове і цифро-аналогове перетворення

Узагальнена структура системи цифрової обробки сигналів наведена на рис. 2. На вхід надходить аналоговий сигнал $s_{вх}(t)$. Його дискретизація у часі та квантування за рівнем здійснюються в аналого-цифровому перетворювачі (АЦП; англійський термін - *Analog-to-Digital Converter*,ADC). Взагалі-то ці два процеси – дискретизація і квантування – є незалежними один від одного, але вони часто виконуються всередині однієї мікросхеми. Вихідним сигналом АЦП є послідовність чисел, що надходить в цифровий процесор ЦП, що виконує необхідну обробку. Процесор здійснює різні математичні операції над вхідними відліками; відліки, отримані раніше, а також проміжні результати можуть зберігатися в пам'яті процесора для використання в наступних обчисленнях. Результатом роботи процесора є нова послідовність чисел, які представляють собою відліки вихідного сигналу. Аналоговий вихідний сигнал $s_{вих}(t)$ відновлюється по цій послідовності чисел за допомогою цифро-аналогового перетворювача (ЦАП; англійський термін – *Digital-to-Analog Converter*,DAC). Напруга на виході ЦАП має ступінчасту форму (це також показано на рис. 2); при необхідності ступінчастий вихідний сигнал може бути перетворено в плавний сигнал за допомогою згладжувального фільтру Ф.

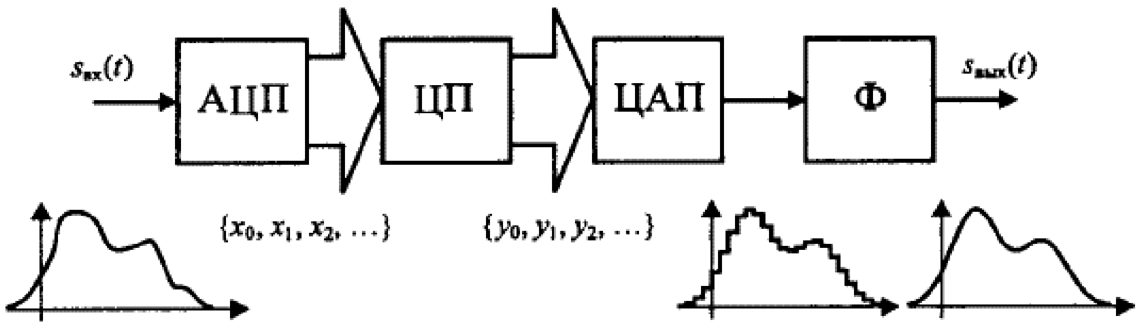


Рис. 2 – Схема побудови системи цифрової обробки сигналів

Пристрої, які реалізуються за допомогою структури типу рис. 2, можуть мати найрізноманітніший характер. У цифровій формі можна створювати фільтри, аналізатори спектру, нелінійні перетворювачі сигналів, кодувальники, шіфрователі і багато, багато іншого.

Цифровий сигнал як числова послідовність

Математично дискретні сигнали є послідовностями чисел. Числова послідовність x, n–й член у якій позначають через $x[n]$, формально записується як

$$x = \{x[n]\}, \qquad -\infty < n < +\infty, \tag{1}$$

де n – ціле число.

Послідовність – це функція, визначена на множині цілих чисел. Зауважимо, що ми використовуємо квадратні дужки для позначення аргументу, а аргумент безперервної функції беремо в круглі дужки. Насправді такі послідовності виникають, наприклад, в разі перетворення аналогового сигналу в дискретну форму. І тут числове значення n–го члена послідовності дорівнює величині аналогового сигналу $x(t)$ в момент часу nT, тобто.

$$x[n] = x_a(nT), \qquad -\infty < n < +\infty. \tag{2}$$

Число T називають *кроком дискретизації*, а число, зворотне до нього, $\frac{1}{T}$ – *частотою дискретизації*. Хоча послідовність може виникати не тільки в результаті перетворення сигналів, все рівно її член $x[n]$ зручно називати n–м відліком. Слід зауважити, що позначення послідовності у вигляді (2) досить громіздко, через це ми будемо вживати термін «послідовність $x[n]$», хоча запис $x[n]$, строго кажучи, відноситься до окремого члена послідовності. Дискретні сигнали (тобто послідовності) зазвичай зображають так, як показано на рис. 3. Абсцисса графіка представлена у вигляді безперервної прямої, проте важливо усвідомлювати, що величина $x[n]$ визначена лише за цілих значень аргументу n. Невірно думати, що $x[n]$ дорівнює нулю, коли n не є цілим числом. Насправді за цих аргументів $x[n]$ просто не визначено.

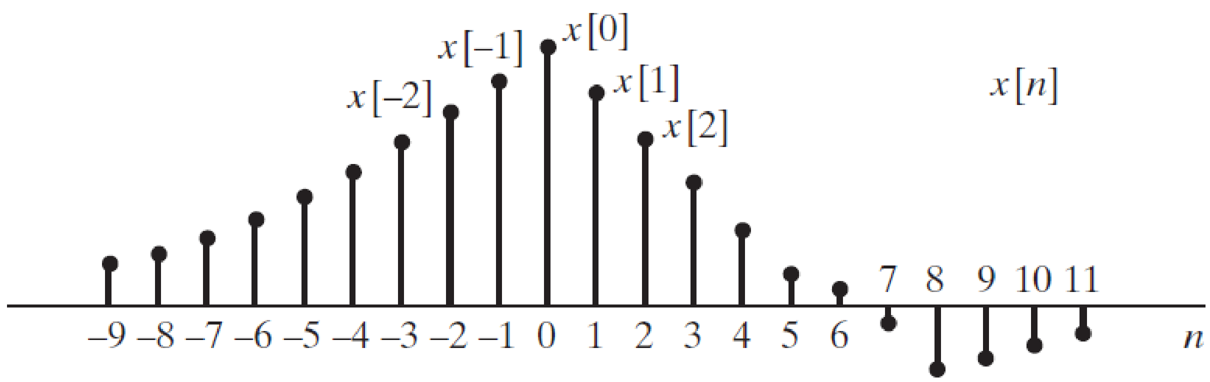


Рис. 3. Графічне представлення дискретного сигналу

В якості прикладу на рис. 4 *а*) показано фрагмент мовного сигналу, що відповідає варіаціям акустичного тиску, у вигляді функції від часу, а на рис. 4, *б*) наведено послідовність відліків цього сигналу. У той час як вихідний мовний сигнал $s(t)$ визначено в будь-який момент часу t, дискретна послідовність $x[n]$ несе інформацію про цей сигнал лише для певних моментів часу. З теореми про дискретне представлення (Котельникова–Найквіста) випливає, що початковий сигнал можна відновити з послідовності відліків з будь-яким бажаним ступенем точності, якщо відліки були зроблені з достатньою частотою.

Стандартні послідовності та операції над ними

Під час аналізу дискретних сигналів, а також в системах обробки сигналів з послідовностями проводять деякі перетвореня, основні з яких є наступні.

Добуток і сума двох послідовностей $x[n]$ і $y[n]$ визначаються почленно, тобто $z[n] = x[n] \cdot y[n]$ – добуток, а $w[n] = x[n] + y[n]$ – сума цих послідовностей.

Добутком послідовності $x[n]$ на число a вважається послідовність, що виходить з $x[n]$ в результаті множення кожного його члена на число a.

Послідовність $y[n]$ називають затриманою, або зсунутою версією послідовності $x[n]$, якщо

$$y[n] = x[n - n_0] \tag{3}$$

де n_o - ціле число.

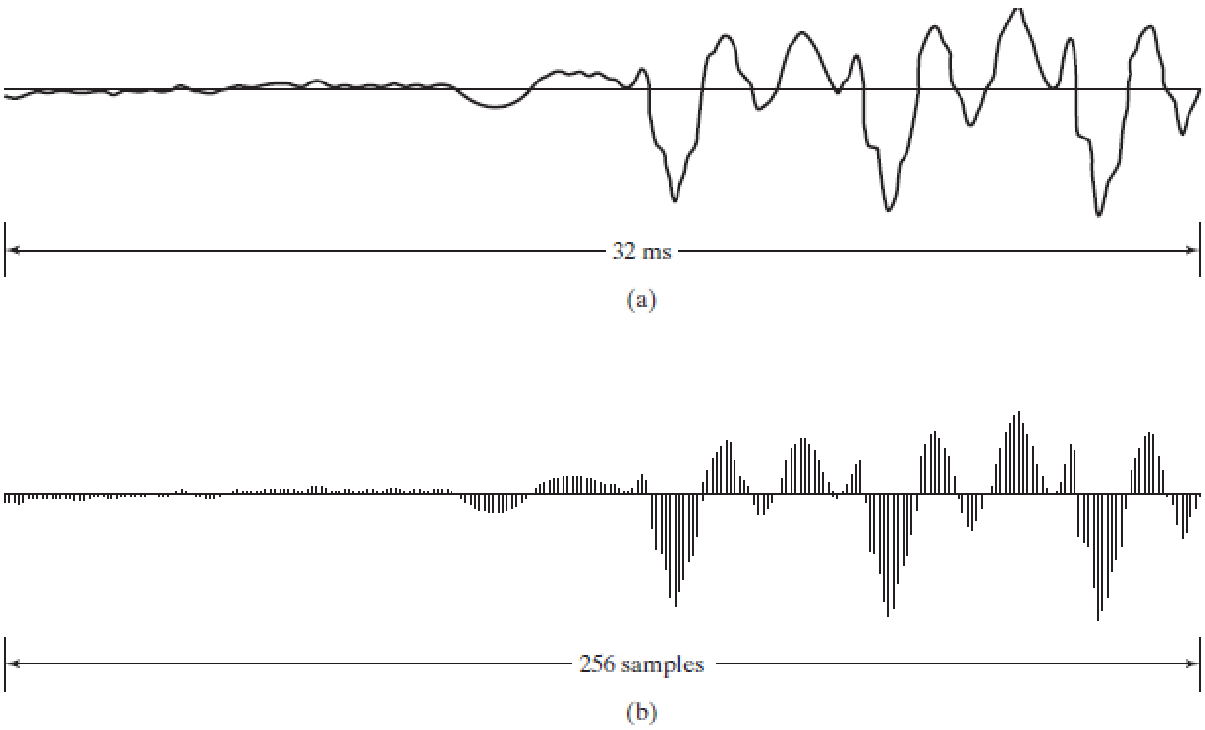
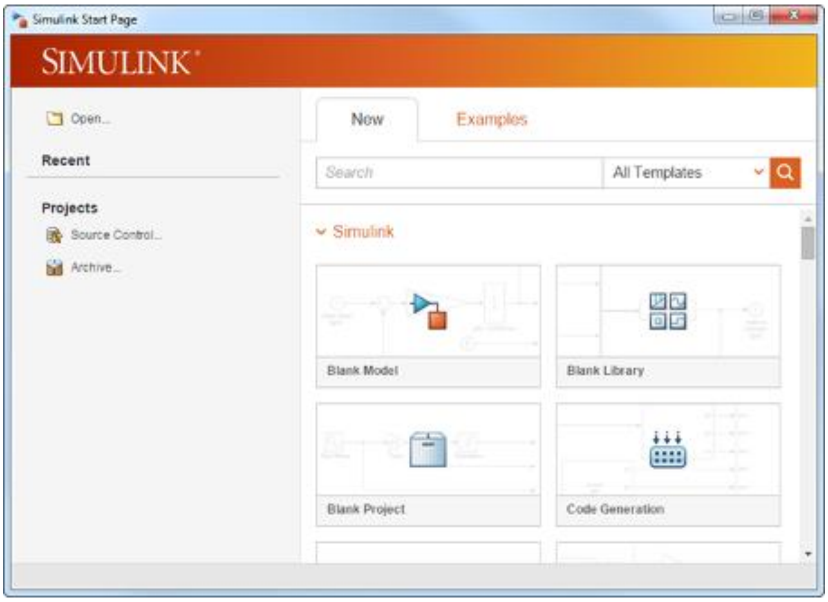


Рис. 4. *а*) фрагмент безперервного мовного сигналу; *б*) послідовність відліків, отримана з фрагмента *а*), якщо крок Т = 125 мкс

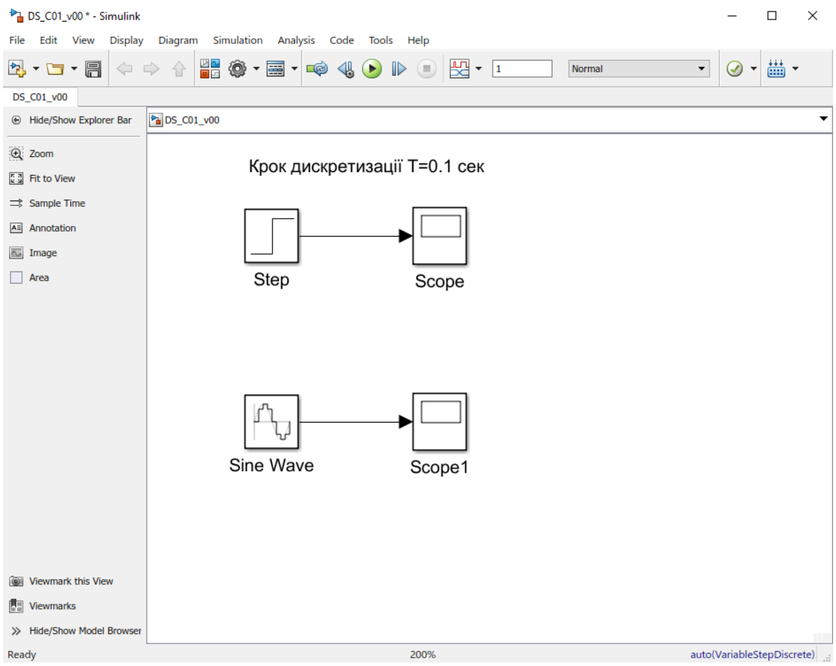
ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанта відповідає порядковому номеру прізвища студента у списку групи.

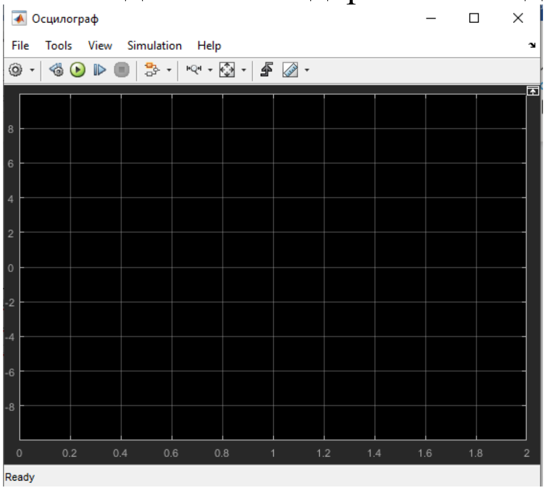
2. Загрузить та розмістить файл `DS_C01_v`**`NN`**`.slx` у папку, шлях до якої є текстом з виключно латинськими літерами. **NN** – номер варіанту.
3. Запустить MATLAB.
4. У рядку інструментів `MATLAB` натисніть і відпустіть кнопку `Simulink`. Під час першого запуску `Simulink` відбувається невелика затримка.
5. Відкриється початкове вікно `Simulink`.

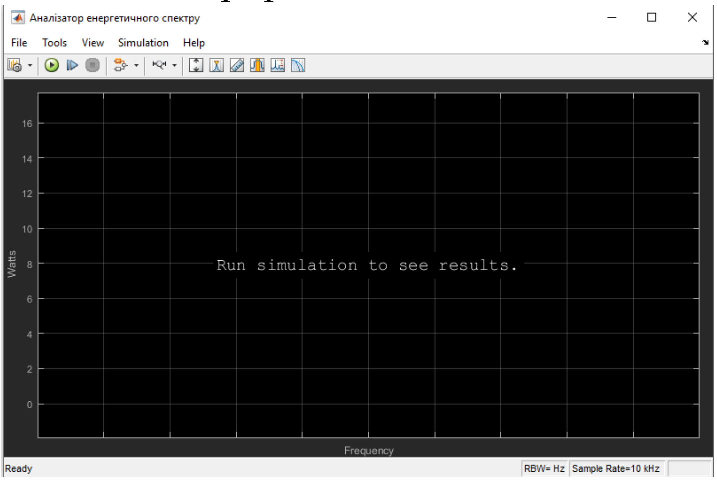


6. Оберіть опцію «Open» та відкрийте файл `DS_C01_v`**`NN`**`.slx`
7. Відкриється вікно, в якому знаходиться панель керування.



Одночасно відкриваються два вікна «Осцилограф»:





8. Розташуйте ці три вікна таким чином, аби всі вони були видні одночасно.
9. На панелі керування Simulink натисніть та відпустить кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікнах «Осцилограф» з'являються осцилограми двох згенерованих аналогових сигналів.
10. Використовуючи осцилограми за допомогою дискретизації та округлення (що є квантуванням) переведіть аналогові сигнали у цифрову форму, тобто отримайте числову послідовність, яка відповідає згенерованим аналоговим сигналам. Округлення необхідно проводити до другого значущого знаку. Наприклад: 0.0320 (або $3.20 \cdot 10^{-2}$), 1.70, 3.80, 15.0, 320, 1200 (або $1.20 \cdot 10^{3}$). Крок дискретизації вказано у надпису, який розташовано в верхній частині вікна моделі.
11. Отримані числові послідовності разом з кроком дискретизації наведіть у таблиці. Побудуйте графіки цифрових сигналів $x[n]$, $y[n]$.
12. Виконайте операцію складання послідовностей та отримайте нову послідовність $w[n]$: $w[n] = x[n] + y[n]$. Отриману числову послідовність разом з кроком дискретизації наведіть у таблиці. Побудуйте графік цифрового сигналу $w[n]$.
13. Виконайте операцію множення послідовностей та отримайте нову послідовність $z[n]$: $z[n] = x[n] \cdot y[n]$. Отриману числову послідовність разом з кроком дискретизації наведіть у таблиці. Побудуйте графік цифрового сигналу $z[n]$.
14. Приймаємо, що відліки сигналів $x[n]$, $y[n]$ з негативними значеннями n мають нульове значення. Знайдіть сигнали $x1[n]$, $y1[n]$, які отримуються з відповідних сигналів $x[n]$, $y[n]$ шляхом їх затримки таким чином: $x1[n] = x[n\text{-}5]$, $y1[n] = y[n\text{-}3]$. Отримані числові послідовності разом з кроком дискретизації наведіть у таблиці. Побудуйте графіки отриманих цифрових сигналів $x1[n]$, $y1[n]$.

ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати оформити у вигляді звіту. Рекомендується звіт, так само, як й оброблення результатів, отриманих в ході проведення лабораторної роботи (таблиці, графіки), виконувати в програмі Excel.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА З КУРСУ "ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ" **№ С-02**

Тема: Дискретна згортка

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Метою цієї роботи є вивчення властивостей дискретних лінійних стаціонарних систем, освоєння способів знаходження реакції системи на довільний вхідний дискретний сигнал, напрацювання навичок розрахунку дискретної згортки.

Лінійні стаціонарні системи

Особливе значення має клас систем, які одночасно є як лінійними, так і стаціонарними. Ці системи відіграють провідну роль в застосунках обробки сигналів. Клас лінійних систем визначається за допомогою принципу суперпозиції наступною умовою

$$\text{якщо} \quad x[n] = \sum_k a_k x_k[n], \qquad \text{то} \qquad y[n] = \sum_k a_k y_k[n], \tag{1}$$

Тобто, якщо вхідний сигнал $x[n]$ складається з суми сигналів $x_k[n]$, то реакція системи на цей сигнал буде сумою реакцій $y_k[n]$ на кожний окремий вхідний сигнал $x_k[n]$, який є складовою сигналу $x[n]$. Це – признак та визначення лінійної системи.

Спираючись на властивість лінійності та використовуючи представлення довільної цифрової послідовності у вигляді лінійної комбінації затриманих одиночних імпульсів:

$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k], \tag{2}$$

можна дійти висновку, що лінійна система повністю визначається своєю реакцією на зсунуті імпульсні послідовності.

Тепер сформулюємо сказане більш точно. Нехай $h[n]$ – реакція системи на вхідний сигнал у вигляді одиночного імпульсу $\delta[n]$:

$$h[n] = \mathbf{T}\delta[n] \tag{3}$$

Властивість стаціонарності вимагає, що якщо $h[n]$ – реакція системи на вхідний сигнал $\delta[n]$ (ця реакція називається *імпульсної характеристикою системи*), то її реакція на сигнал $\delta[n-k]$ має бути $h[n\text{-}k]$:

$$h[n-k] = \mathbf{T}\delta[n-k] \tag{4}$$

Тоді реакція системи $y[n]$ на довільний вхідний сигнал $x[n]$, який представляється за допомогою виразу (2) буде мати вигляд:

$$y[n] = \mathbf{T}x[n] = \mathbf{T}\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]\right\}. \tag{5}$$

Оскільки ми розглядаємо систему, яка є не тільки стаціонарною, але ще й лінійною, то для неї за принципом суперпозиції (1) можна записати, що реакція системи на суму сигналів $\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]$ є сумою реакцій системи на кожен з цих окремих сигналів $x[k]\delta[n-k]$:

$$\begin{aligned} y[n] &= \mathbf{T}\left\{\sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\delta[n-k]\right\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathbf{T}\left\{x[k]\delta[n-k]\right\} = \\ &= \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]\mathbf{T}\left\{\delta[n-k]\right\} = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k]h[n-k]. \end{aligned} \tag{6}$$

В цій формулі враховано, що $x[k]$ – це постійні числа, це просто значення відліків, яким у формулі (1) відповідають постійні коефіцієнти a_k, а реакція системи на вхідний сигнал у вигляді зміщеного одиночного імпульсу $\delta[n-k]$ являє собою зміщену на k індексів імпульсну характеристику системи $\delta[n-k]$ (4).

Таким чином ми виявили, що реакція лінійної стаціонарної системи на будь-яку вхідну послідовність виражається через відгуки цієї системи на сигнали $\delta[n-k]$.

Як основний наслідок цієї формули, відзначимо, що лінійна стаціонарна система (ЛС-система) повністю визначається своєю імпульсною характеристикою $h[n]$ у тому сенсі, що коли послідовність $h[n]$ відома, то спираючись на (6), можна обчислити відгук $y[n]$ на будь-який поданий вхідний сигнал $x[n]$.

В математиці та в теорії керування, коли відліки цифрової послідовності $y[n]$ пов’язані з відліками цифровий послідовностей $h[n]$ і $x[n]$ через правило (6), то послідовність $y[n]$ називають *дискретною згорткою* послідовностей $h[n]$ і $x[n]$ та вживають позначення:

$$y[n] = x[n] * h[n] \tag{7}$$

Операція дискретної згортки створює послідовність $y[n]$ з двох заданих послідовностей $h[n]$ і $x[n]$. Рівняння (6) виражає кожен відлік вихідної послідовності через усі відліки вхідної послідовності та імпульсну характеристику системи.

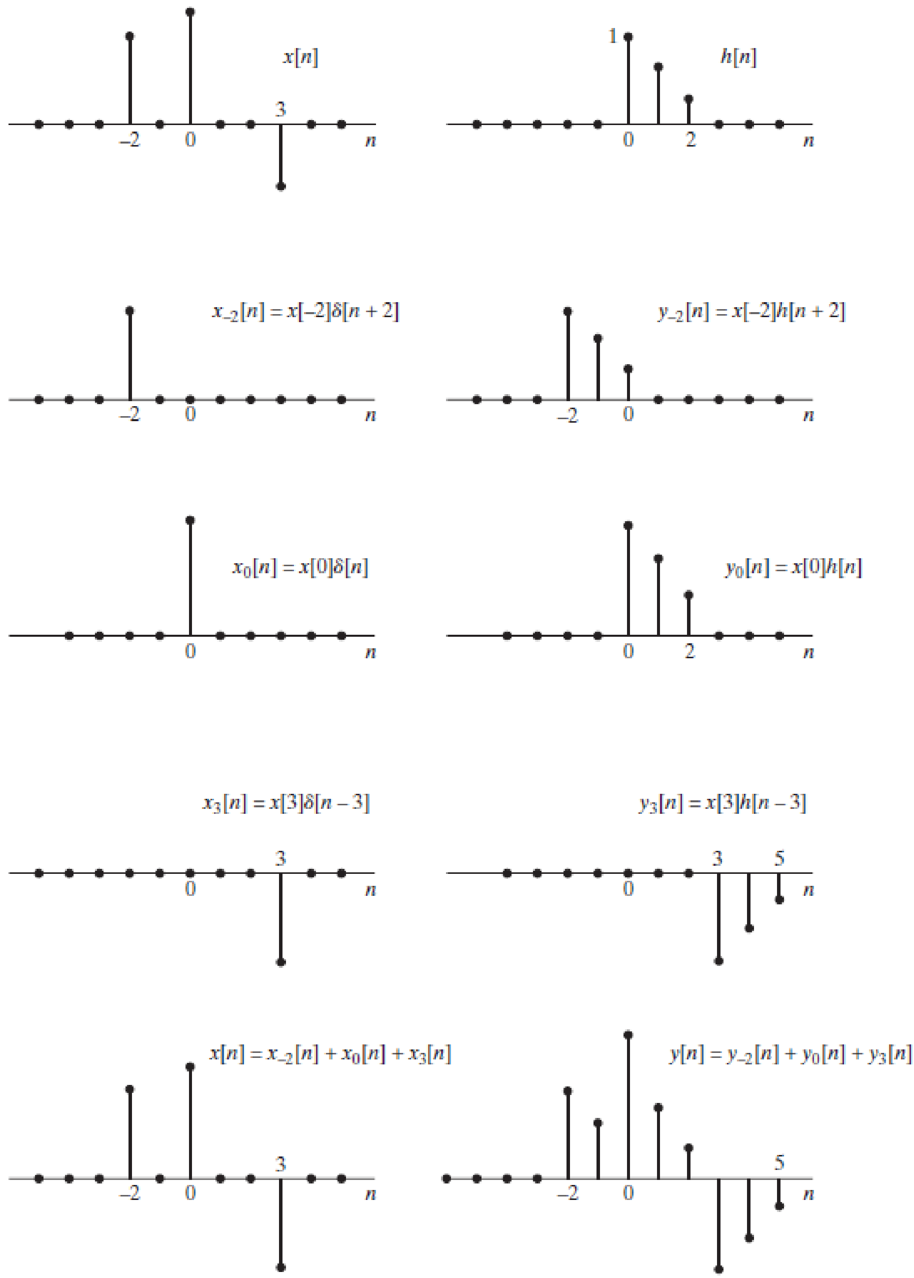


Рис. 4.1. Подання вхідної послідовності лінійної стаціонарної системи у вигляді суперпозиції відгуків на індивідуальні відліки

Формула (6) показує, що кожен окремий *відлік* вхідної послідовності $x[n]$ представляється як $x[k]\delta[n-k]$, де k – номер цього відліку, й він перетворюється системою у певну вихідну *послідовність* $x[k]h[n-k]$ для якої $-\infty < n < \infty$, і що для кожного k ці послідовності підсумовуються для формування всіх вихідних послідовностей. Ця інтерпретація ілюструється рисунком 4.1 де показана імпульсна характеристика системи, для прикладу проста вхідна послідовність з трьома ненульовими відліками, індивідуальні відгуки на кожен з таких відліків та їх сума, яка й є відгуком системи на сигнал $x[n]$. Більш конкретно, $x[n]$ можна представити як суму трьох послідовностей $x[-2]\delta[n+2]$, $x[0]\delta[n]$ і $x[3]\delta[n-3]$, які являють собою три ненульових відліки послідовності $x[n]$. Послідовності $x[-2]h[n+2], x[0]h[n]$ і $x[3]h[n-3]$ – відгуки системи на вхідні сигнали $x[-2]\delta[n+2]$, $x[0]\delta[n]$ і $x[3]\delta[n-3]$ – відповідно. Після цього реакцію системи $y[n]$ на сигнал $x[n]$ отримуємо у вигляді суми цих індивідуальних відгуків.

Хоча дискретна згортка нагадує згортку функцій з теорії безперервних лінійних систем, визначену за допомогою інтеграла Дюамеля, її не слід сприймати як апроксимацію інтегральної згортки. Ця згортка грає переважно теоретичну роль для безперервних лінійних системах, тоді як дискретна згортка, крім своєї теоретичної цінності, часто використовується задля явної реалізації дискретних лінійних систем. Тому дуже важливо напрацювати деяку інтуїцію щодо властивостей дискретної згортки в реальних обчисленнях.

Обчислення згортки

Викладена інтерпретація рівняння (6) базується на тому, що дискретна згортка є прямим наслідком лінійності і стаціонарності системи. Проте дещо інший погляд на цю формулу підводить нас до дуже важливої обчислювальної інтерпретації. Коли ми дивимося на співвідношення (6) як на формулу, що обчислює окремий відлік вихідної послідовності, то ми помічаємо, що $y[n]$ (тобто n-й член вихідної послідовності) виходить в результаті множення вхідної послідовності (записаної як функція від k) на послідовність $h[n-k]$, $-\infty < n < \infty$, а потім при кожному фіксованому n підсумовуються всі добутки з параметром k в якості параметру підсумовування.

Отже, під час згортання двох послідовностей для обчислення n-го члена результату використовуються всі відліки обох послідовностей. Ключ до повного розуміння формули полягає в усвідомленні процесу утворення послідовності $h[n - k]$, для всіх значень n, які представляють інтерес. Щоб закінчити це осмислення згортки, корисно помітити, що

$$h[n-k] = h[-(k-n)] \tag{8}$$

Інтерпретацію формули (8) краще розглянути на прикладі.

Припустимо, що $h[k]$ – послідовність, яка зображена на рис. 4.2*a*, а нам потрібно знайти $h[n-k] = h[-(k-n)]$. Визначимо $h_1[k]$ як $h[-k]$ (рис. 4.2*b*). Потім поставимо $h_2[k]$ як послідовність $h_1[k - n]$ затриману на n відліків по осі k, тобто: $h_2[k] = h_1[k - n]$. На рис. 4.2*c* зображена послідовність, отримана з послідовності малюнка 4.2b зрушенням на n відліків праворуч. Спираючись на зв'язок між $h_1[k]$ і $h[k]$, можна показати, що $h_2[k] = h_1[k-n] = h[-(k-n)] = h[n-k]$, і таким чином, нижня послідовність малюнка є шуканим сигналом. Підсумовуючи, скажемо, що для розрахунку $h[n-k]$ нам потрібно обернути в часі відносно $k = 0$ послідовність $h[k]$, а потім зсунити отриманий результат на n відліків праворуч.

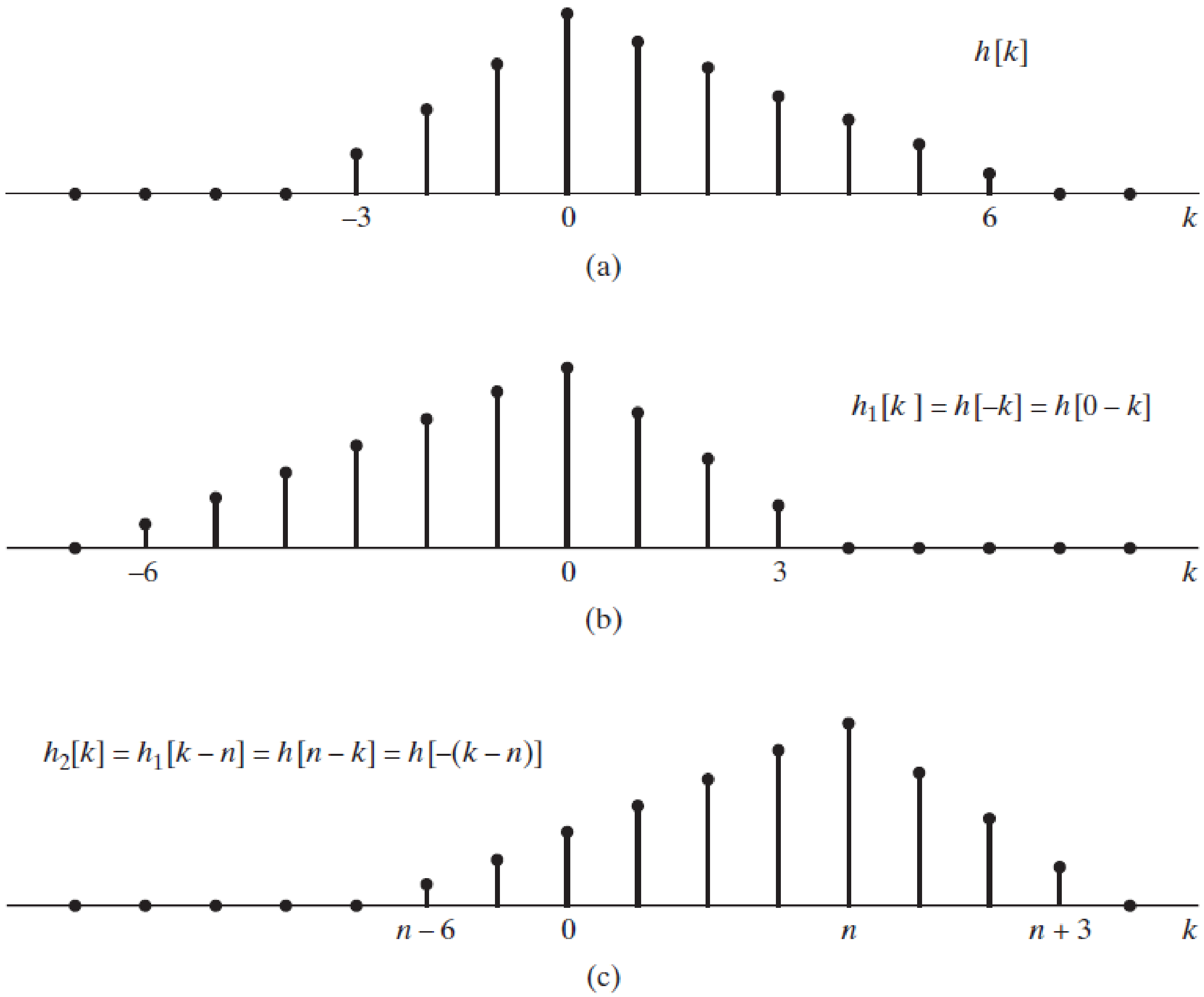


Рис. 4.2. Отримання послідовності $h[n - k]$:
a) послідовність $h[k]$; b) послідовність $h[-k]$
c) послідовність $h[n - k]$ за $n = 4$

З наведеного прикладу стає зрозуміло, що у загальній ситуації ми отримуємо послідовність $h[n - k], -\infty < n < \infty$, у два етапи:

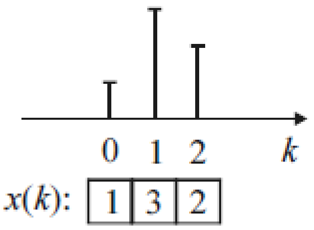
1) дзеркальне відображення послідовності $h[k]$ відносно нуля задля отримання $h[-k]$;

2) зсув відображеної послідовності вправо на n відліків.

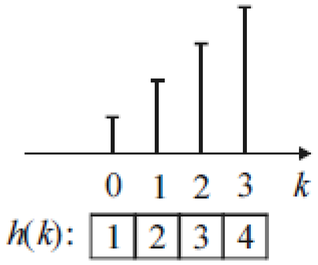
Як зазначалося вище, для обчислення згортки послідовності $x[k]$ та $h[n-k]$ перемножуються, а потім добутки сумуються і таким чином ми отримуємо відлік $y[n]$ вихідної послідовності. Щоб знайти інший відлік згортки, початок відліку (нульовий час) послідовності $h[-k]$ зсувається на нову позицію і процес повторюється. Ця процедура застосовується як підчас цифрової обробки відліків, отриманих при дискретизації сигналів, так й в разі аналітичних обчислень, коли відліки підлягають опису за допомогою простої формули.

Приклад обчислення дискретної згортки

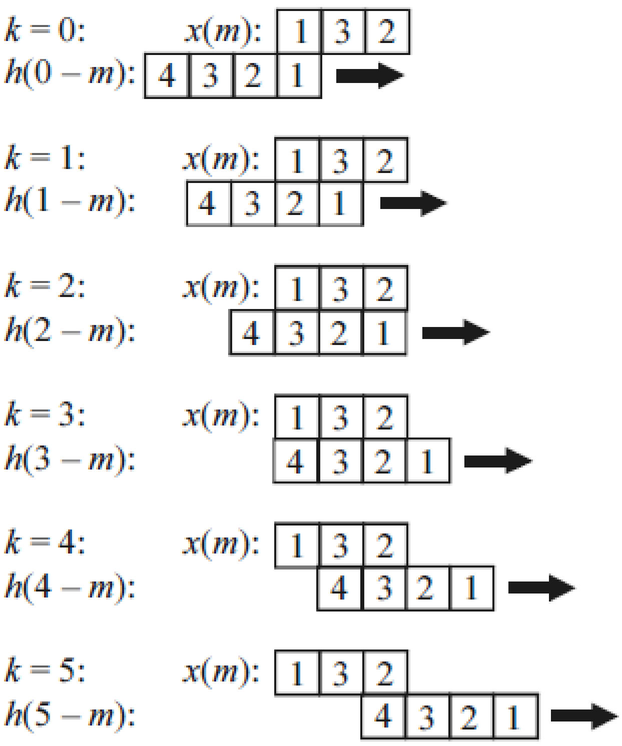
Вхідний сигнал



Імпульсна характеристика системи



Процедура розрахунку



$y(0) = 1{\cdot}1 = 1$

$y(1) = 1{\cdot}2 + 3{\cdot}1 = 5$

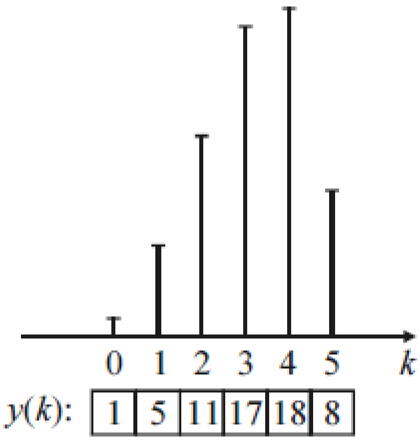
$y(2) = 1{\cdot}3 + 3{\cdot}2 + 2{\cdot}1 = 11$

$y(3) = 1{\cdot}4 + 3{\cdot}3 + 2{\cdot}2 = 17$

$y(4) = 3{\cdot}4 + 2{\cdot}3 = 18$

$y(5) = 2{\cdot}4 = 8$

Результат:



ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанту відповідає порядковому номеру прізвища студента в списку групи.
2. Під час виконання лабораторної роботи необхідно знайти реакцію $y[n]$ лінійної стаціонарної дискретної системи, яка має імпульсну характеристику $h[n]$, на вхідний сигнал $x[n]$. Реакцію системи необхідно представити у вигляді числової послідовності та у вигляді графіку. Вхідний сигнал та імпульсну характеристику системи наведено в таблиці 1. Значення всіх членів числових послідовностей $x[n]$ і $h[n]$, які не наведені в таблиці 1, слід вважати нульовими.

Таблиця 1

n	***Варіанти***									
	1		**2**		**3**		**4**		**5**	
	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$
0	3	2	1	1	1	4	2	2	2	1
1	1	3	1	1	2	3	1	1	0	2
2	2	1	2	2	1	2	2	2	1	4
3	2	1	2	2	2	1	1	2	1	4
4	1	1	1	2	1	1	2	2	2	4
n	***Варіанти***									
	6		**7**		**8**		**9**		**10**	
	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$	$x[n]$	$h[n]$
0	4	4	2	1	5	2	1	1	1	1
1	3	4	2	3	4	1	2	5	1	2
2	2	3	3	3	3	4	2	1	4	3
3	1	2	4	4	2	2	2	4	4	3
4	1	1	5	2	1	1	1	1	4	3

ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати оформити у вигляді звіту. Рекомендується розрахунок дискретної згортки, побудову графіку та звіт виконувати у програмі Excel.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА ЗА КУРСОМ
"ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ "

№ КСП-01

Тема: Початок роботи в системі SIMULINK. Створення найпростішої моделі.

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Пакет розширення системи MATLAB під назвою Simulink є ядром інтерактивного програмного комплексу, призначеного для *математичного моделювання* лінійних і нелінійних динамічних систем та пристроїв, представлених своєю функціональною блок-схемою, яка називається *S-моделлю*, або просто *моделлю*. Можливі різні варіанти моделювання: в часовій області, частотній області, з управлінням за подіями, на основі спектральних перетворень Фур'є, з використанням методу Монте-Карло (реакція на вплив випадкового характеру) та таке інше.

Для побудови функціональної блок-схеми моделей систем Simulink має велику *бібліотеку* блокових компонентів та зручний *редактор блок-схем*. Його засновано на графічному інтерфейсі користувача і він є типовим засобом *візуально-орієнтованого програмування*. Використовуючи *панелі компонентів* (набори блоків), користувач за допомогою «миші» перетягує потрібні блоки з палітр на робочий стіл пакета Simulink і з'єднує лініями входи та виходи блоків. Таким чином, створюється *діаграма* (блок-схема) системи чи пристрою, тобто модель. S-модель є фактично програмою, яку можна переглянути за допомогою тестового редактора або за допомогою редактора файлів системи MATLAB. Файли моделі мають розширення .slx. Однак слід зазначити, що ці файли дуже громіздкі, і навіть для досить простих моделей можуть містити тисячі рядків програмного коду. Це характерна властивість візуально-орієнтованих систем програмування.

Simulink автоматизує найбільш трудомісткий етап моделювання: він складає та вирішує складні системи алгебраїчних та диференціальних рівнянь, що описують задану функціональну схему (модель), забезпечуючи зручний та наочний візуальний контроль за поведінкою створеного користувачем *віртуального пристрою*. Користувачу достатньо уточнити (якщо потрібно) вид аналізу та запустити Simulink у режимі *симуляції* (звідки й назва пакету – Simulink) створеної моделі системи чи пристрою. Засоби візуалізації результатів моделювання в пакеті Simulink настільки наочні, що часом створюється відчуття, що створена діаграма (модель) працює «як жива». Більш того, Simulink практично миттєво змінює математичний опис моделі в разі введення в склад моделі нових блоків, навіть у тому випадку, коли цей процес супроводжується зміною порядку системи рівнянь і веде до суттєвої якісної зміни поведінки системи. Втім, це – одна з головних цілей пакету Simulink.

Цінність Simulink полягає і у великій, відкритій для вивчення та модифікації бібліотеці компонентів (блоків). Вона включає джерела впливів (сигналів) з практично будь-якими часовими залежностями, масштабуючі, лінійні та нелінійні перетворювачі з різноманітними формами передавальних характеристик, квантуючі пристрої, інтегруючі та диференціюючі блоки та т. і. У бібліотеці є цілий набір віртуальних реєструючих пристроїв – від вольтметру або амперметру до універсальних осцилографів, які дозволяють переглядати часові залежності вихідних параметрів моделюваних систем, наприклад струмів і напруги, переміщень, тисків тощо. Є навіть графічний побудовник для створення фігур, заданих параметрично в полярній системі координат, наприклад фігур Ліссажу та фазових портретів коливань. Simulink має засоби анімації та звукового супроводу. А в додаткових бібліотеках можна знайти й такі «дорогі прилади», як аналізатори спектру складних сигналів, багатоканальні самописці та засоби анімації графіків.

Інтеграція однієї з найшвидших матричних математичних систем – MATLAB з пакетом Simulink, – відкрила нові можливості використання найсучасніших математичних методів для вирішення задач динамічного та ситуаційного моделювання складних систем та пристроїв. Засоби графічної анімації Simulink дозволяють будувати віртуальні фізичні лабораторії з наочним представленням результатів моделювання. Можливості Simulink охоплюють завдання математичного моделювання складних динамічних систем у фізиці, електро- та радіо- техніці, у біології та хімії – словом, у всіх галузях науки та техніки. Цим пояснюється популярність цього пакету як в університетах та інститутах, так і в наукових лабораторіях. І нарешті, важливим достоїнством Simulink є можливість завдання в блоках довільних математичних виразів, що дозволяє вирішувати типові завдання, користуючись прикладами пакета Simulink або просто задаючи нові вирази, які описують роботу систем і пристроїв, що моделюються користувачем. Важливою властивістю пакета є можливість завдання системних функцій (S-функцій) з включенням їх до складу бібліотек Simulink. Необхідно відзначити також можливість моделювання пристроїв та систем у реальному масштабі часу. Як програмний засіб Simulink – типовий представник візуально-орієнтованих мов програмування. На всіх етапах роботи, особливо під час підготовки моделей систем, користувач практично не має справи зі звичайним програмуванням. Програма в кодах автоматично генерується у процесі введення вибраних блоків компонентів, їх з'єднань та завдання параметрів компонентів. Важлива перевага Simulink – це інтеграція не тільки з системою MATLAB, але і з іншими пакетами розширення, що забезпечує, по суті, необмежені можливості застосування Simulink для вирішення практично будь-яких завдань імітаційного моделювання та моделювання за подіями.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

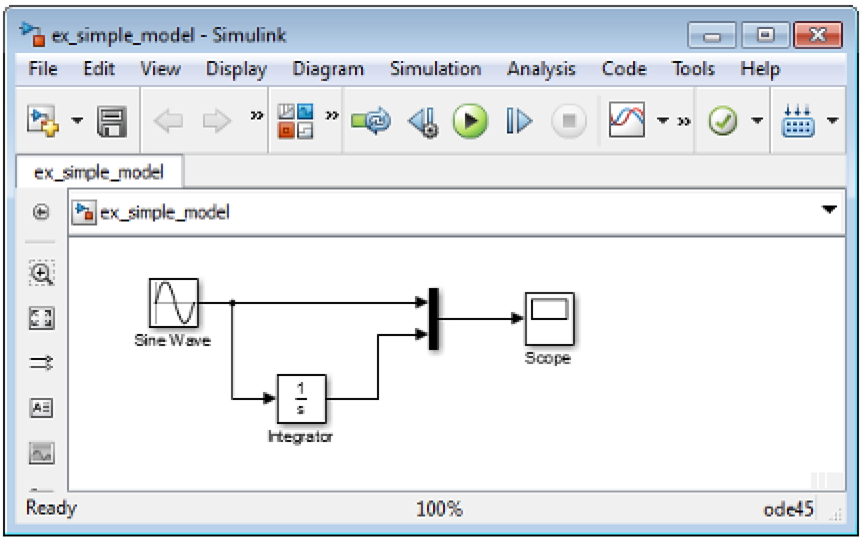
Створення простої моделі

Вступ

За допомогою Simulink® ви можете створити модель системи, а потім промоделювати динамічну поведінку цієї системи. Основні прийоми, які ви застосуєте для створення простої моделі, – це ті самі прийоми, які ви використовуєте й під час створення складніших моделей.

Для створення цієї простої моделі вам знадобляться чотири блоки Simulink. Блоки є елементами моделі, що задають математичні співвідношення, які описують систему, а також задають вхідні сигнали:

- ✓ `Sine Wave` (генератор синусоїдальних сигналів) – генерує вхідний сигнал моделі.
- ✓ `Integrator` (ідеальна інтегруюча ланка) – обробляє вхідний сигнал.
- ✓ `Bus Creator` (шинний формувач) – об'єднує кілька сигналів в одну інформаційну шину.
- ✓ `Scope` (осцилограф) – візуалізує та порівнює вхідний сигнал із вихідним сигналом.

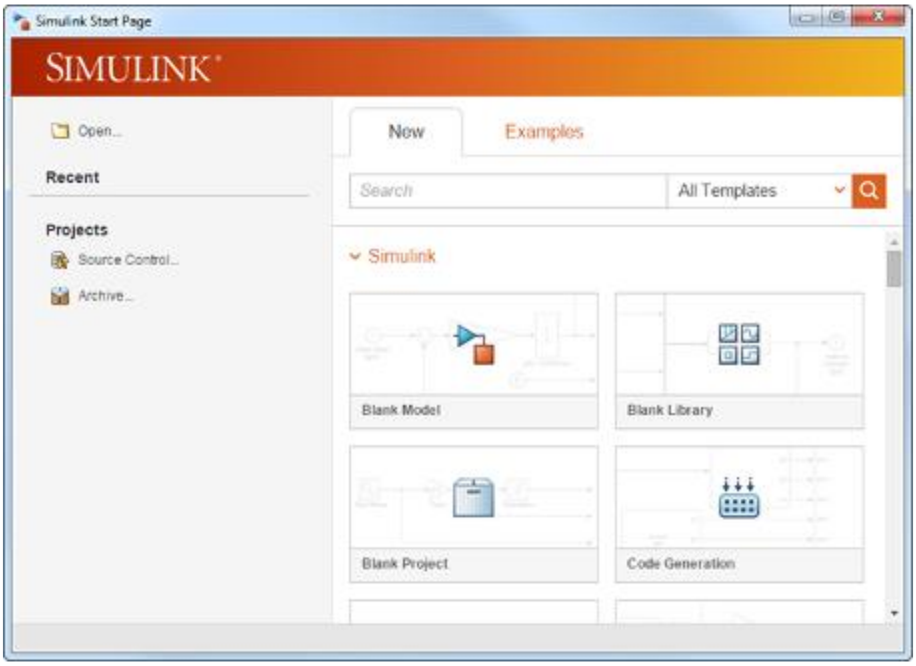


У процесі моделювання цієї моделі відбувається інтегрування синусоїдального сигналу, внаслідок чого отримуємо косинусоїдальний сигнал. Отриманий результат відображається разом із вихідним сигналом у вікні осцилографа `Scope`.

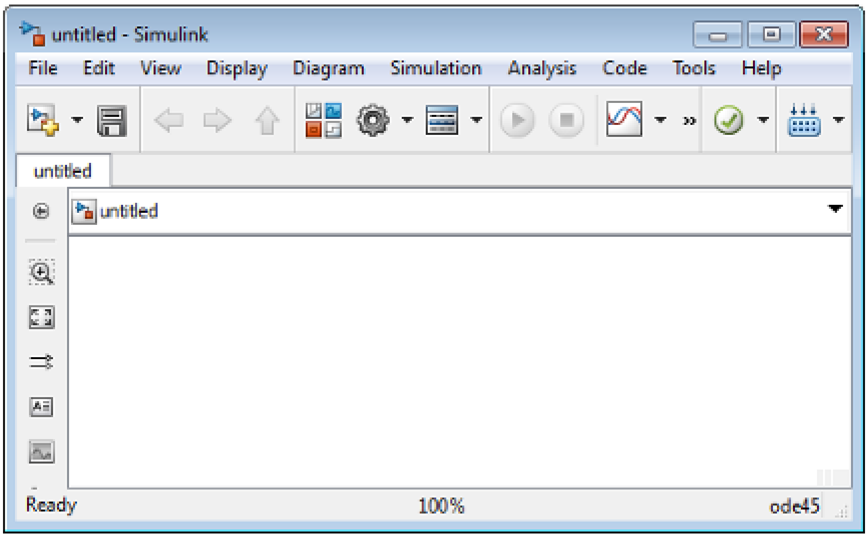
Створення нової моделі у редакторі Simulink Editor.

Використовуйте `Simulink Editor` для побудови моделей.

1. У рядку інструментів MATLAB натисніть та відпустіть кнопку Simulink  Під час першого запуску Simulink відбувається невелика затримка.

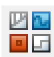


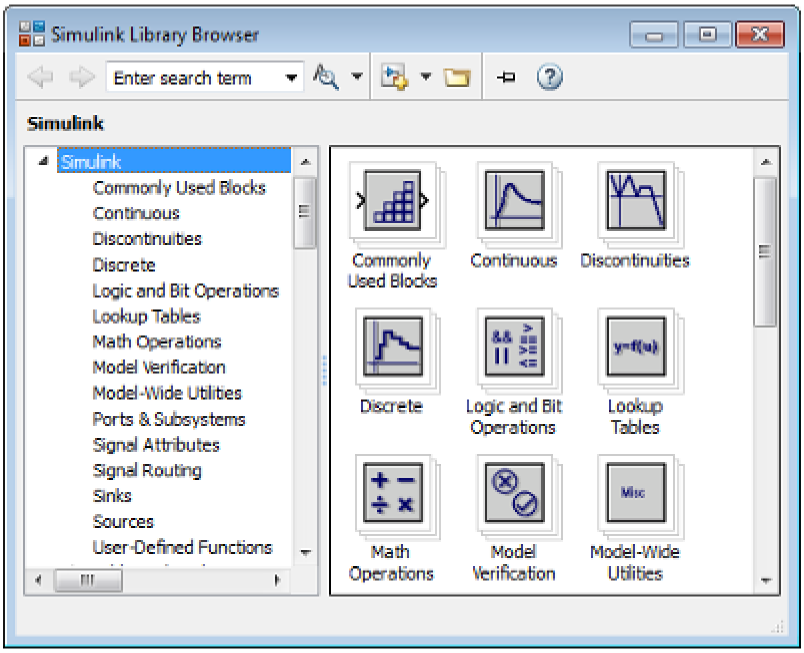
2. Клацніть на шаблон `Blank Model`, а потім натисніть кнопку `Create Model` (Створити модель). Відкриється редактор `Simulink Editor` із новою блок-схемою.

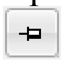


3. Виберіть `File > Save as` (файл > Зберегти як). В текстове поле `File name` (Ім'я файлу) введіть ім'я для вашої моделі, наприклад, `Simple_model.slx`. Натисніть `Save` (Зберегти).

Використання браузера бібліотеки блоків Simulink

1. Відкрийте `Simulink Library Browser` (браузер бібліотеки `Simulink`). У браузері бібліотеки `Simulink` (`Simulink Library Simulink`) ви можете робити пошук та вибирати блоки для їх використання у вашій моделі.
2. На панелі інструментів `Simulink Editor` клацніть кнопку `Simulink Library` (Бібліотека Simulink) .

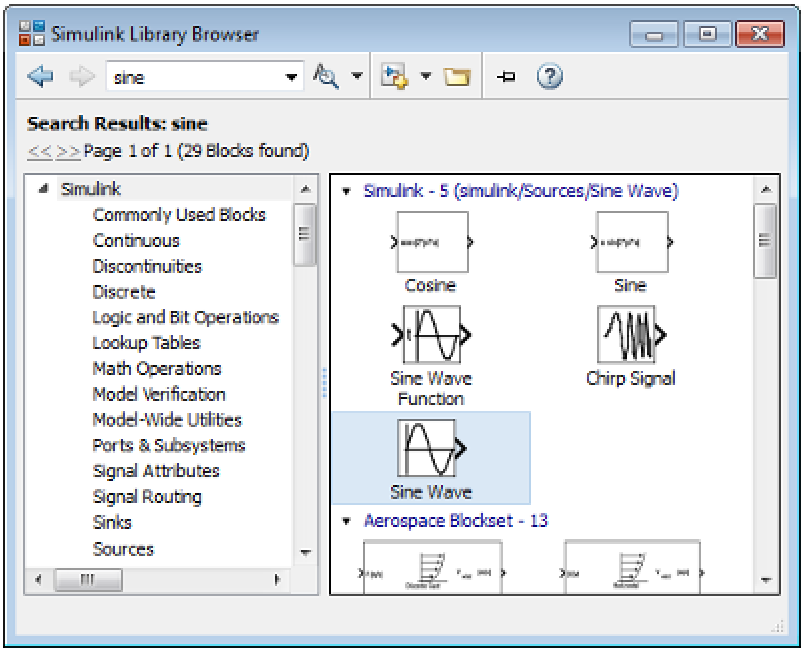


3. Встановіть браузер бібліотеки так, щоб він залишався поверх інших вікон робочого столу. Для цього на панелі інструментів браузера бібліотеки виберіть кнопку `Stay on top` (Закріпити поверх усіх вікон) .

Перегляд або пошук необхідних блоків

Щоб переглянути бібліотеки блоків, виберіть функціональну область у лівій панелі `Simulink Library Browser`. Аби знайти всі доступні бібліотеки блоків, введіть запит.

1. Пошук блоку генератора синусоїдального сигналу. У полі пошуку на панелі інструментів браузера введіть `sine` (синус), а потім натисніть клавішу `Enter` (Введення). `Simulink` шукає в бібліотеках блоки з `sine` (синус) в їхньому імені або описі, а потім відображає знайдені блоки.



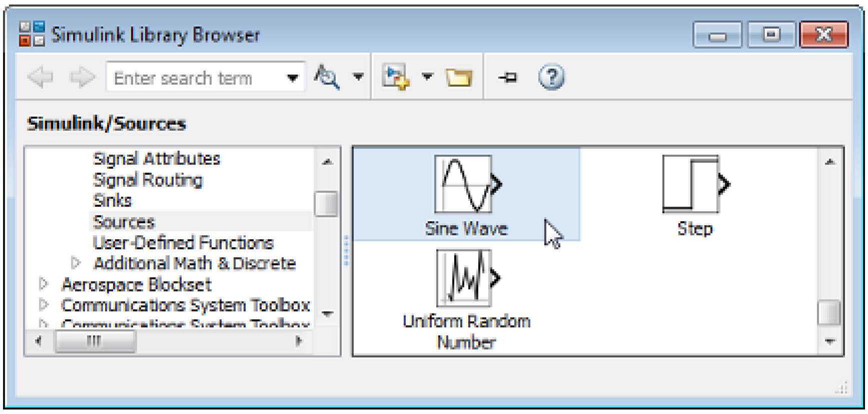
2. Отримання детальної інформації про блок. Клацніть правою кнопкою миші на блок і виберіть `Help for the <block name>`. (Допомога для <ім'я блоку>). Відкриється браузер довідки з довідковою сторінкою цього блоку.
3. Перегляд параметрів блоку. Клацніть правою кнопкою миші на блок та виберіть пункт `Block Parameters` (Параметри блоку). Відкриється діалогове вікно параметрів блоку.

Додавання блоків у модель

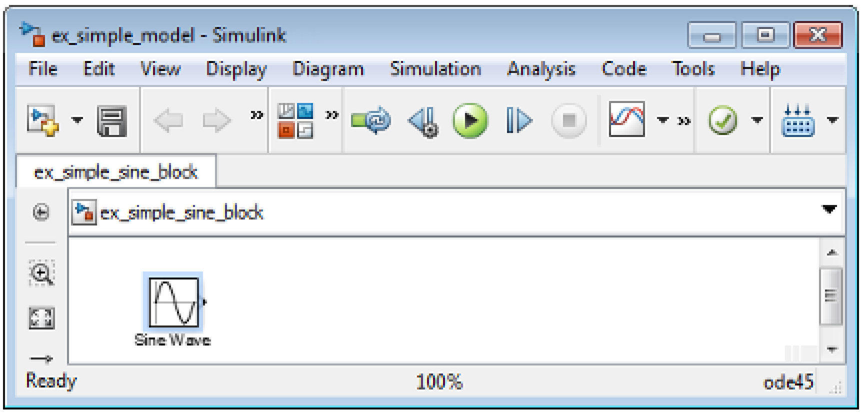
Побудова моделі здійснюється шляхом перетягування блоків із вікна браузера бібліотеки `Simulink` до редактора `Simulink` або разовим клацанням у вікні вашої моделі та введенням пошукового запиту.

Щоб побудувати просту модель, почніть із копіювання блоків із браузера бібліотеки `Simulink` у редактор `Simulink`.

1. На лівій панелі браузера бібліотеки `Simulink` виберіть бібліотеку `Sources` (джерела).
2. Виберіть `Sine Wave` (Генератор синусоїдальних сигналів) на правій панелі.



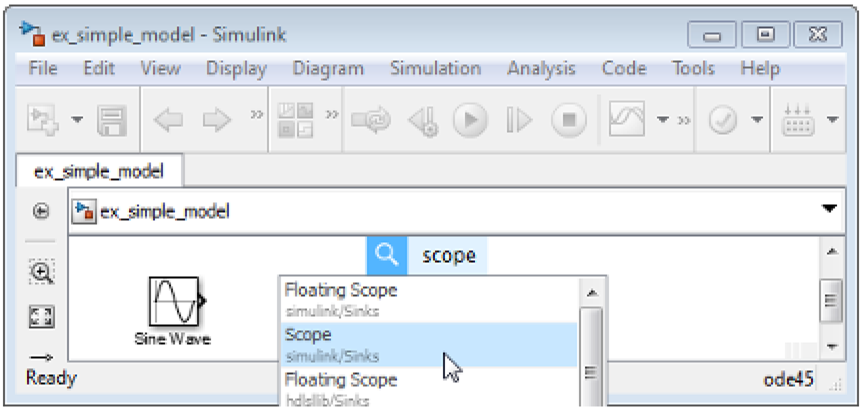
3. Перетягніть блок `Sine Wave` до редактора `Simulink Editor`. Копія блоку `Sine Wave` з'явиться у вашій моделі.



4. Додайте блок `Scope` (Осцилограф), використовуючи таку альтернативну процедуру:

a. Клацніть усередині блок-схеми.

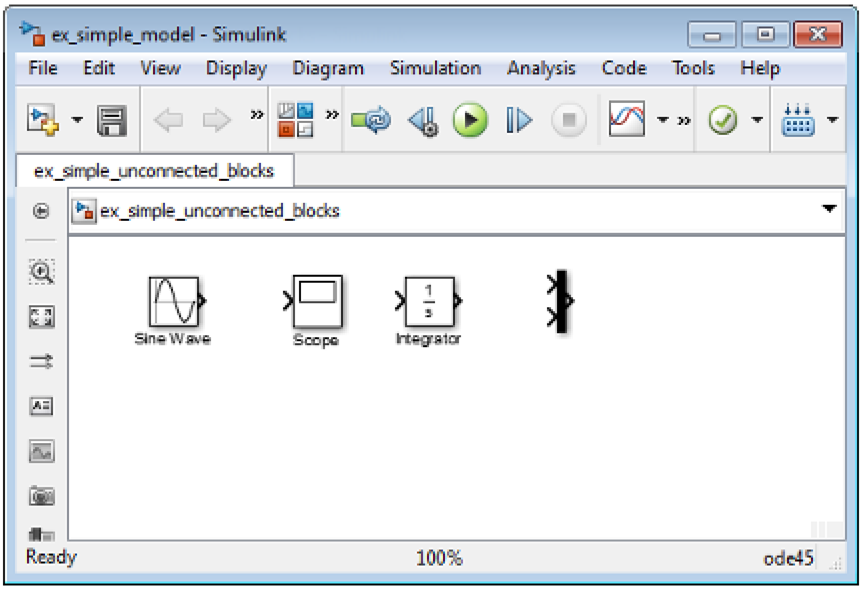
b. Після появи піктограми пошуку введіть `scope`, а потім виберіть `Scope` зі списку.



5. Додайте наступні блоки до вашої моделі, використовуючи один з підходів, які ви використовували для додавання блоків `Sine Wave` та `Scope`.

Library	Block
`Continuous` (Безперервний)	`Integrator`
`Signal Routing` (Маршрутизація сигналів)	`Bus Creator`

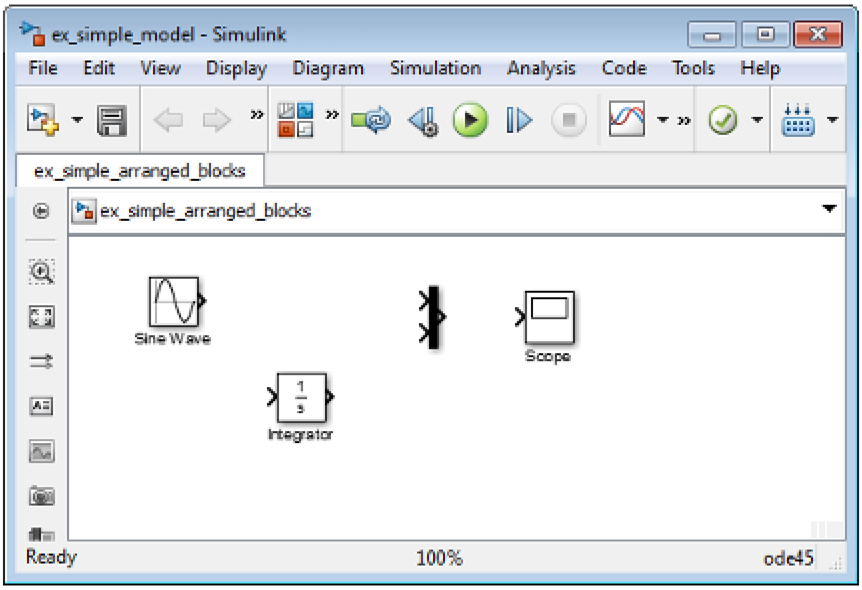
6. Тепер ваша модель вже повинна мати всі блоки, необхідні для простої моделі.



Переміщення та зміна розміру блоків

Перш ніж з'єднувати блоки у вашій моделі, розташуйте входи та виходи блоків так, щоб лінії з'єднання сигналів були максимально простими.

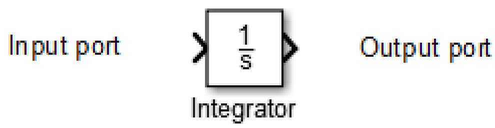
1. Перемістить блок `Scope` так, щоб він знаходився праворуч від виходу блока `Bus Creator`. Ви можете це зробити одним з двох способів:
   - ✓ Натисніть та перетягніть блок.
   - ✓ Виберіть блок, а потім натисніть клавіші зі стрілками на клавіатурі.
2. Переміщуйте блоки, поки ваша модель не буде схожою на наступний рисунок.



З'єднання блоків

Більшість блоків мають кутові дужки з однієї або обох сторін. Ці кутові дужки є вхідними і вихідними портами:

- Символ >, направлений в середину блока, вказує на вхідний порт (`input port`) блоку.
- Символ >, направлений від середини блока, вказує на вихідний порт (`output port`) з блоку.



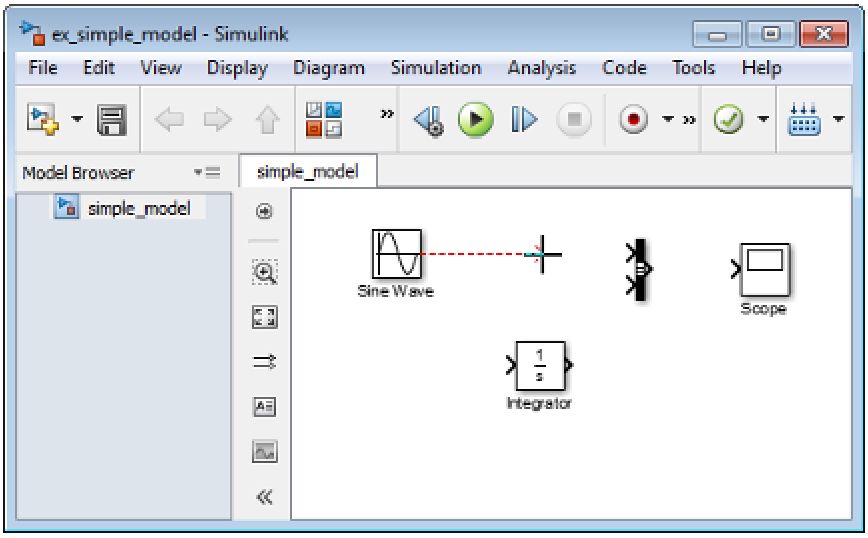
Ви підключаєте вихідні порти одних блоків до вхідних портів інших блоків за допомогою ліній. Лінії представляють сигнали, значення яких змінюються в часі.

Створення сигнальних ліній між блоками

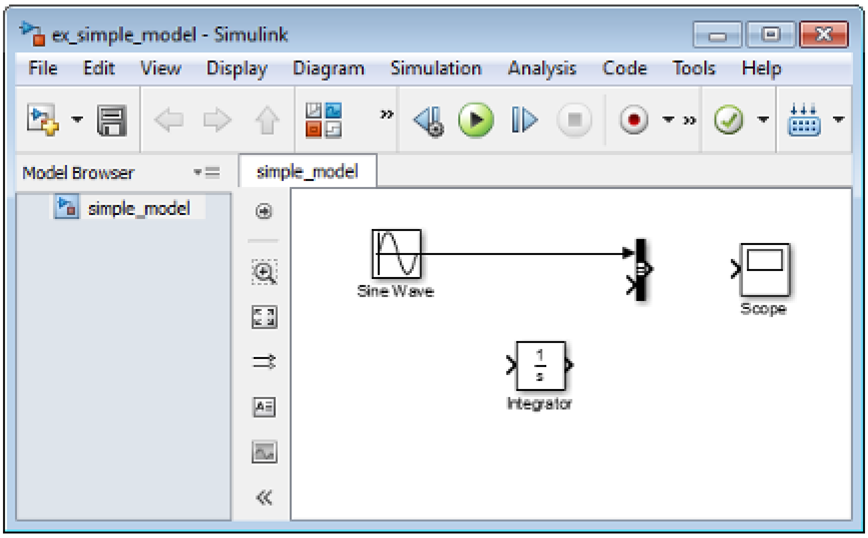
З'єднайте блоки, проводячи лінії між вихідними та вхідними портами. Для цього:

1. Помістіть курсор на вихідний порт з правого боку блоку `Sine Wave`. Вигляд покажчика зміниться і набуде вигляду хрестика (+).
2. Натисніть та перетягніть лінію з вихідного порту блоку `Sine Wave` до верхнього вхідного порту блоку `Bus Creator`.

Доки ви утримуєте кнопку миші, лінія з'єднання відображається у вигляді червоної пунктирної стрілки.



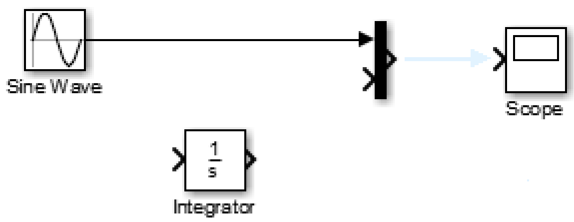
3. Відпустіть кнопку миші в той момент, коли вказівник перебуватиме над вхідним портом. `Simulink` з'єднає блоки лінією зі стрілкою, що вказує напрямок руху сигналу.



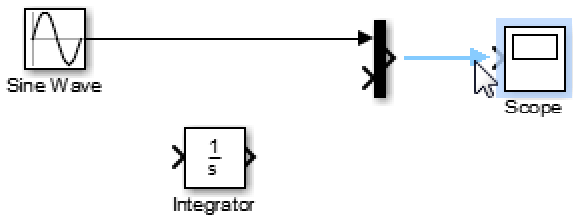
4. Підключіть вихідний порт блоку `Integrator` до нижнього вхідного порту блоку `Bus Creator` за допомогою клавіші `Ctrl` таким чином:
   a) Перейдіть до блоку `Integrator`.
   b) Натисніть та утримуйте клавішу `Ctrl`.
   c) Натисніть на блок `Bus Creator`.

Блок `Integrator` підключиться до блоку `Bus Creator` за допомогою сигнальної лінії.

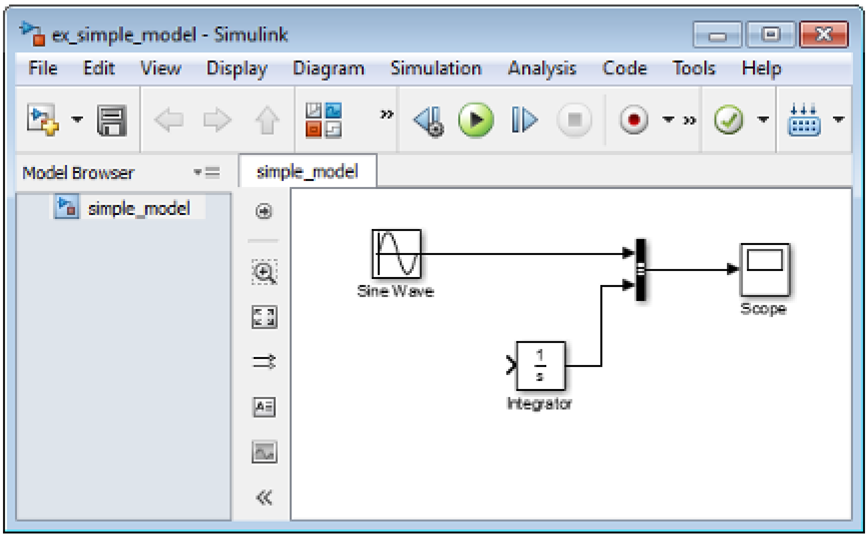
5. Підключіть блок `Bus Creator` до блоку `Scope` шляхом вирівнювання вхідних та вихідних портів уздовж однієї горизонтальної лінії:
   a) Натисніть та перетягніть блок `Scope`, доки його вхідний порт не опиниться на одній горизонтальній лінії з вихідним портом блоку `Bus Creator`. Коли блоки знаходяться на одній горизонтальній лінії, між портами з'являється лінія блакитного кольору.



b) Відпустіть кнопку миші. Блакитна стрілка з'являється на екрані в якості запропонованого з'єднання.



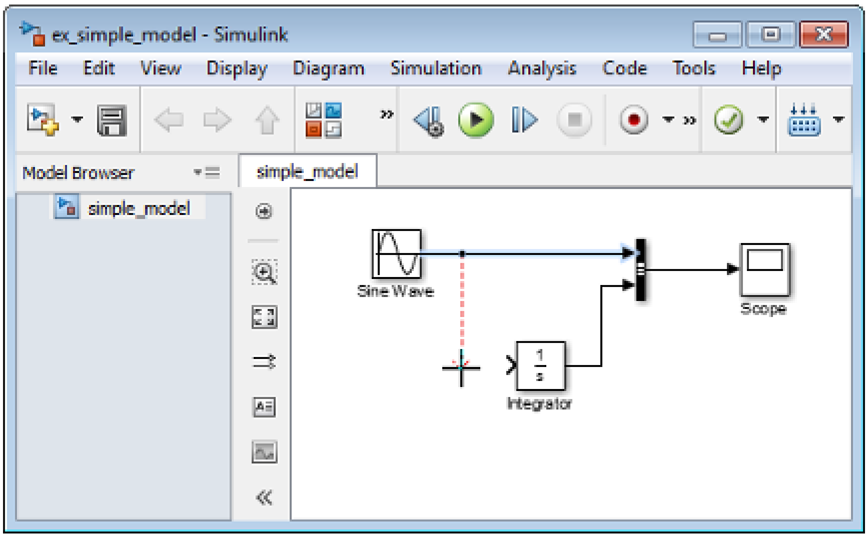
c) Натисніть безпосередньо на синю стрілку. Лінія зі стрілкою змінюється на чорну лінію сигналу, яка з'єднує блоки.



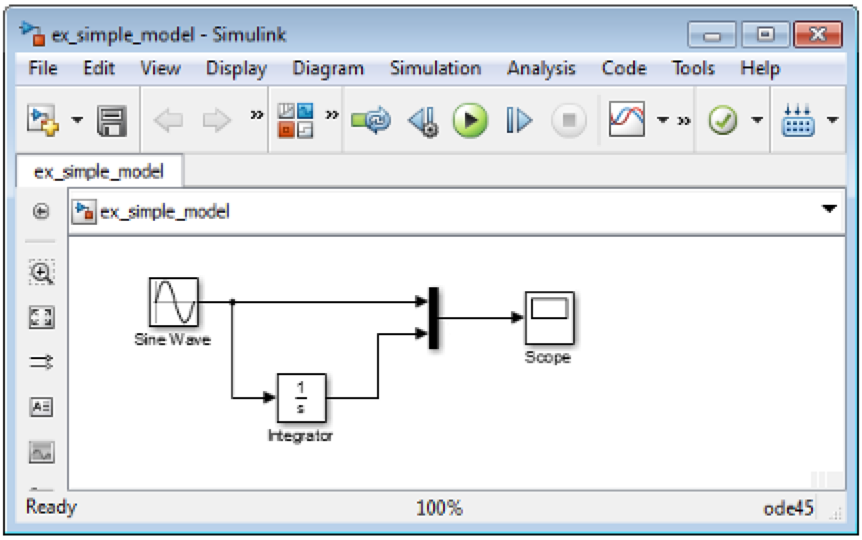
Розгалуження сигнальних ліній

Ваша проста модель майже завершена. Щоб завершити модель, підключіть блок `Sine Wave` до блоку `Integrator`. Це з'єднання дещо відрізняється від інших з'єднань, які були зроблені раніше та просто з'єднували вихідні порти із вхідними портами. Аби виконати це з’єднання необхідно:

1. Утримувати клавішу `Ctrl`.
2. Помістіть курсор у точку, де ви хочете почати відгалуження. Натисніть, а потім перетягніть курсор від лінії, щоб сформувати червоний пунктирний відрізок.



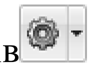
3. Перетягніть курсор на вхідний порт блоку `Integrator`, а потім відпустіть кнопку миші. Нова лінія під назвою *лінія відгалуження* несе той самий сигнал, що йде від блоку `Sine Wave` до блоку `Bus Creator`.
4. Перетягніть сегменти лінії, щоб направити лінії та вирівняти їх із блоками. Вашу модель завершено.



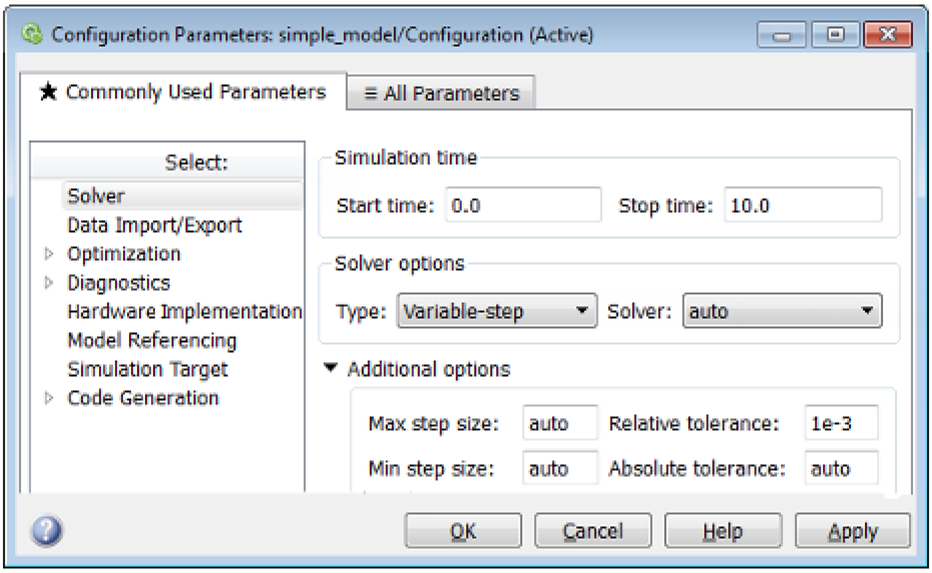
Визначення параметрів конфігурації

Перш ніж приступити до моделювання поведінки вашої моделі, ви можете змінити параметри конфігурації, прийняті за замовчуванням. Параметри конфігурації включають: визначення методу чисельного розв'язання диференціальних рівнянь (`solver`), час початку, час закінчення, а також максимальний розмір кроку.

1. У меню `Simulink Editor` виберіть `Simulation` (моделювання) > `Model Configuration Parameters` (Параметри конфігурації моделі). У діалоговому вікні `Configuration Parameters` (Параметри конфігурації) відкриється панель `Solver`.

Порада: В якості альтернативи ви можете відкрити діалогове вікно `Model Configuration Parameters` (Параметри конфігурації моделі), натиснувши кнопку параметрів  на панелі інструментів `Simulink Editor`.

2. У полі `Stop time` (Час зупинки) введіть 20. У полі `Max step size` (Максимальний розмір кроку) вкажіть `auto`. Параметр `Solver` також встановіть у `auto`, у цьому випадку `Simulink` самостійно визначить найкращий метод чисельного розв'язання диференціальних рівнянь для моделювання вашої моделі.



3. Натисніть ОК.

Запуск моделювання

Після того, як ви визначили параметри конфігурації, ви готові до моделювання роботи вашої системи.

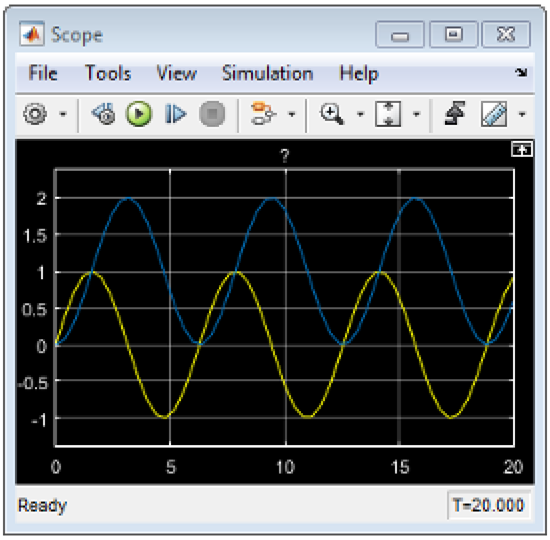
1. У меню `Simulink Editor` виберіть `Simulation` (Моделювання) > `Run` (Запуск). Моделювання запускається і зупиняється, коли поточний час моделювання досягне часу зупинки, вказаного в діалоговому вікні `Model Configuration Parameters` («Параметри конфігурації моделі»).

Порада: В якості альтернативи ви можете керувати моделюванням, натискаючи кнопку `Run` (Запуск)  та кнопку `Pause` (Призупинити)  на панелі інструментів `Simulink Editor` або на панелі інструментів вікна `Scope`.

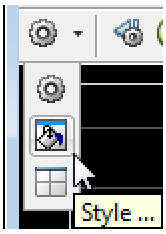
Перегляд результатів моделювання

Після виконання моделювання ви можете переглянути результати моделювання у вікні осцилографа `Scope`.

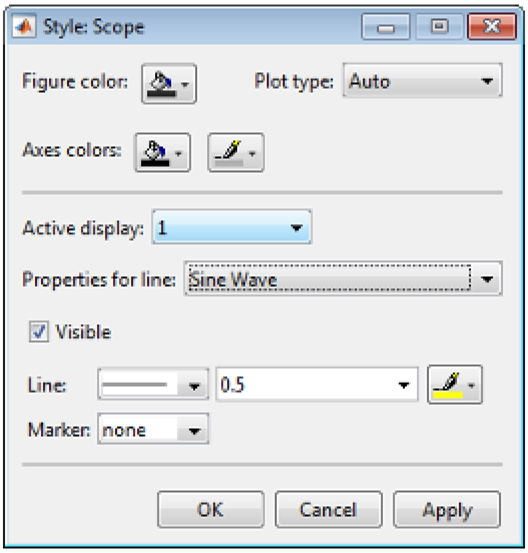
1. Двічі клацніть лівою кнопкою мишки на блок `Scope`. Відкриється вікно `Scope` і відобразиться дисплей із результатами моделювання. Графік показує синусоїдальний сигнал разом з результуючим сигналом косинусоїдальної форми, отриманим в результаті проходження синусоїдального сигналу через інтегратор.



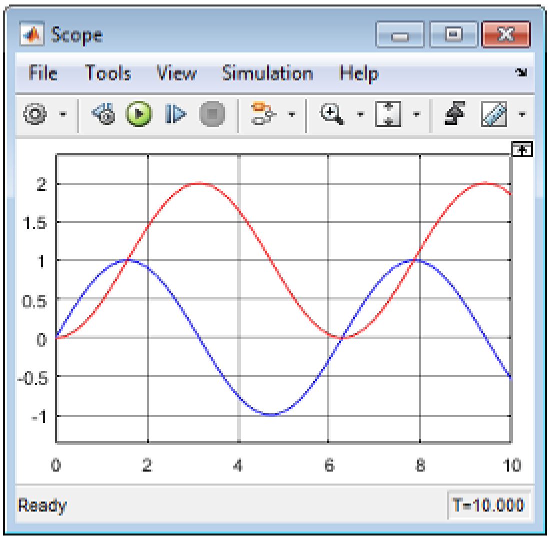
2. На панелі інструментів вікна `Scope`, клацніть кнопку `Style` (Стиль)



Відкриється діалогове вікно `Style` (Стиль) з параметрами дисплея.



3. Змініть зовнішній вигляд дисплея. Наприклад, виберіть білий в якості кольору дисплея та кольору фону осей (значки з глечиком).
4. Виберіть чорний колір для позначок та кольорів сітки (значок із пензлем).
5. Змініть колір лінії сигналу синусоїди на синій, а сигналу з виходу інтегратора – на червоний. Аби переглянути зміни, натисніть `OK` або `Apply` (Застосувати).



ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати оформити у вигляді звіту. У звіті необхідно пояснити хід побудови моделі та навести результати моделювання у трьох різних режимах роботи генератора синусоїдальних коливань. Режим роботи генератора визначається значеннями амплітудою та частотою коливань. Режими (значення амплітуд та частот) вибираються довільно.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА З КУРСУ
"ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ"
№ С-03

Тема: Способи опису лінійних стаціонарних дискретних систем

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

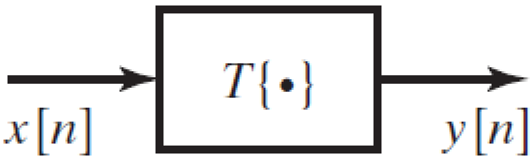
Метою роботи є освоєння різних способів опису лінійних стаціонарних дискретних систем та напрацювання навичок швидкого переходу від одного представлення системи до іншого.

Дискретні системи

З математичної точки зору система з дискретним часом визначається як перетворення, або оператор **T**, яке переводить вхідну послідовність (сигнал) $x[n]$ у вихідну послідовність $y[n]$ (відгук, або реакцію системи). Це можна позначити таким чином

$$y[n] = \mathbf{T}\{x[n]\} \tag{1}$$

та зобразити графічно так, як показано на наступному рисунку



Співвідношення (1) – це правило, або формула, за якою обчислюються значення реакції системи через відліки сигналу, поданого на її вхід. Те, як представлене це правило, або інакше: як представлено оператор **T**, що перетворює вхідний сигнал у вихідний, – це і є *спосіб опису системи*.

Під *способом опису* системи (або під *формою поданням* системи) ми розуміємо будь-який набір правил, який дозволяє знайти реакцію даної системи на вхідний сигнал. Ці правила можуть бути записані у будь-якій формі: математичній, графічній, табличній або навіть словесній. В теорії кіл і сигналів існує ряд правил проведення операцій, які стосуються опису систем. Таким правилом, наприклад, є алгоритм дискретної згортки, розглянутий у попередній лекції. Тому в деяких випадках для опису системи досить просто мати деякий набір даних, наприклад, числову послідовність, яка є реакцією системи на вхідний сигнал у вигляді одиничного імпульсу. Така послідовність, як відомо, називається імпульсною характеристикою системи. Таким чином, в якості опису системи може використовуватися деякий набір даних, який в разі використання встановлених правил також дозволяє вирішити зазначену задачу: знайти реакцію системи на вхідний сигнал.

В цій лабораторній роботі розглядаються наступні способи опису систем:

– різницеві рівняння,
– операторне представлення,
– блок-схеми,
– дискретна передавальна функція.

Примітка: імпульсна характеристика системи також є одним із способів опису дискретної системи, і це дані, які використовуються спільно з встановленим правилом дискретної згортки. Імпульсна характеристика в даній роботі не розглядається.

Різницеве рівняння

Різницеве рівняння є формулою, яка показує, як за відомими відліками вхідного сигналу отримати певний n-ий відлік вихідного сигналу. Тобто, яким чином розрахувати будь-який n-ий відлік $y[n]$ на виході системи за n-м відліком сигналу $x[n]$, що діє на вхід системи в цей самий момент часу, а також за всіма відліками вхідного сигналу $x[n-1]$, $x[n-2]$, $x[n-3]$,…. і т.д., що надійшли на вхід системи раніше, чи лише за частиною цих відліків.

Найбільш простий вигляд має різницеве рівняння, яке описує найпростішу систему без зворотного зв’язку:

$$y[n] = x[n] - x[n-1] \qquad (2)$$

Різницеві рівняння, в яких присутні попередні відліки лише вхідних сигналів, відповідають виключно системам без зворотного зв'язку. У системах із зворотним зв'язком в різницевому рівнянні з'являються ще й попередні відліки вихідного сигналу. Наприклад, найпростіша система із зворотним зв'язком має різницеве рівняння у вигляді:

$$y[n] - y[n-1] = x[n] \qquad (3)$$

У такій формі різницевого рівняння відліки вихідного сигналу зібрані ліворуч, а відліки вхідного сигналу – праворуч. Проте дуже часто різницеві рівняння записують в такий спосіб, що поточний відлік вихідного сигналу виявляється ліворуч від знаку рівності, а відліки, за якими він розраховується – справа. Зокрема, різницеве рівняння (3) можна записати і в такому вигляді:

$$y[n] = x[n] + y[n-1] \qquad (4)$$

Однак, у стандартній формі різницевого рівняння відліки вихідного сигналу зібрані зліва, а відліки вхідного сигналу – праворуч. Таким чином, стандартний вид різницевого рівняння для будь-якої лінійної стаціонарної дискретної системи має вигляд:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m] \quad (5)$$

Одна лінійна стаціонарна дискретна система відрізняється від іншої лінійної стаціонарної дискретної системи числами N і M, а також коефіцієнтами a_k і b_m. Однак, якщо дискретна система лінійна та стаціонарна, то обов'язково має існувати представлення (5). І у зворотний бік: якщо дискретна система не є лінійною та стаціонарною, то для неї не існує представлення (5). І ще: якщо для системи існує представлення (5), то ця система і лінійна, і стаціонарна.

Операторне представлення систем

В разі операторного опису систем замість окремих відліків $x[n]$ (n змінюється від $-\infty$ до $+\infty$) використовується абстракція «сигнал $\boldsymbol{X}$» – це сигнал в цілому. Цю абстракцію слід розуміти таким чином, що $\boldsymbol{X}$ включає всі відліки цього сигналу, тобто всі $x[n]$ для всіх n від від $-\infty$ до $+\infty$. Те саме відноситься до будь якого сигналу, наприклад, $\boldsymbol{Y}$, який включає всі відліки $y[n]$. Або $\boldsymbol{Z}$, або $\boldsymbol{Y}_1$, або $\boldsymbol{Y}_2$, або будь-якого іншого сигналу. Будь-який сигнал включає всі свої відліки.

Введемо оператор затримки чи інакше – оператор зміщення вправо і позначимо його $\boldsymbol{R}$. Цей оператор зміщує всю числову послідовність, весь сигнал вправо на однин індекс. Це означає, що оператор $\boldsymbol{R}$ затримує кожен відлік сигналу на один крок дискретизації. Або інакше: затримує сигнал на один такт. Наприклад застосуємо цей оператор до сигналу $\boldsymbol{X}$, який є, наприклад, одиничним імпульсом. Тобто, виконаємо операцію $Y = RX$. Результат виконання цієї операції представлено на рисунку:

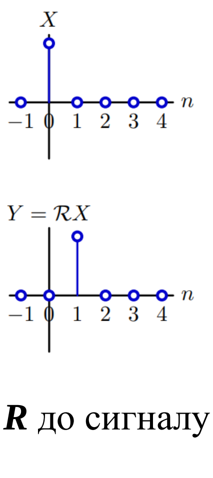


Рис. 1 – Застосування оператора $\boldsymbol{R}$ до сигналу у вигляді одиничного імпульсу.

Тепер різницеве рівняння (2) можна переписати в операторній формі:

$$Y = X - RX \tag{6}$$

а різницеве рівняння (3) в операторній формі прийме ось такий вигляд:

$$Y - RY = X \tag{7}$$

У загальному випадку будь-яке різницеве рівняння в операторній формі подання записується таким чином:

$$Y\sum_{k=0}^{N} a_k R^k = X\sum_{m=0}^{M} b_m R^m \tag{8}$$

Усі коефіцієнти a_k, b_m, як і числа N і M у рівняннях (5) та (8) збігаються.

Операторний функціонал, або просто «функціонал» – це відношення вихідного сигналу до вхідного сигналу, записане в операторній формі. На підставі формули (8) операторний функціонал у загальному вигляді записується так:

$$H(R) = \frac{Y}{X} = \frac{\sum_{m=0}^{M} b_m R^m}{\sum_{k=0}^{N} a_k R^k} \tag{9}$$

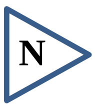
Наприклад:

$$H(R) = \frac{Y}{X} = \frac{1}{1 - 1.6R + 0.63R^2} \tag{10}$$

Блок-схеми

Блок схеми використовують графічні засоби для представлення систем, зокрема для цього застосовуються такі графічні елементи:

 – сумування,



– множення на постійний коефіцієнт **N,**

– затримка на один такт (зсув праворуч на одну позицію).

З використанням цих графічних елементів найпростішу систему, що описується різницевим рівнянням (2) можна представити у вигляді такої блок-схеми:

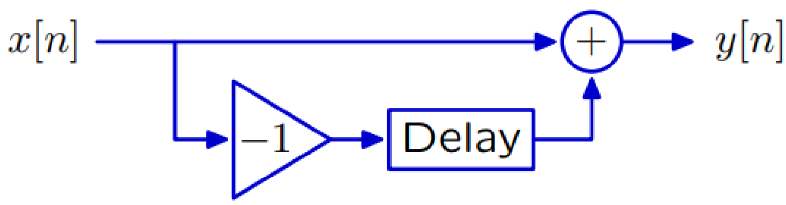


Рис. 2 – Блок-схема найпростішої системи без зворотного зв'язку

Ця схема показує, що для того, аби отримати вихідний відлік *y*[*n*], необхідно скласти вхідний відлік *x*[*n*] з інвертованим (помноженим на –1) попереднім відліком, тобто відліком, який був на один такт раніше (а це якраз і є відлік *x*[*n-1*]), але затриманим на один такт. Цю затримку на один такт виконує елемент **Delay.** Можна замість напису **Delay** вказувати просто ***R*,** що означає те саме – затримка на один такт (зміщення всього сигналу вправо на одну позицію).

Найпростіша система зі зворотним зв'язком, яка описується різницевим рівнянням (4), представляється наступною блок-схемою

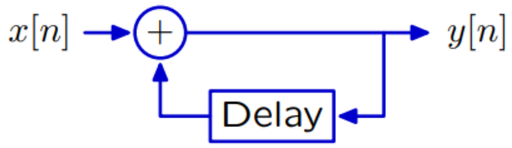


Рис. 3 – Блок-схема найпростішої системи зі зворотним зв'язком

Якщо в якості основи для побудови блок-схеми брати не різницеве рівняння, а операторне представлення системи, то замість відліків на блок-схемі вже треба вказувати сигнали:

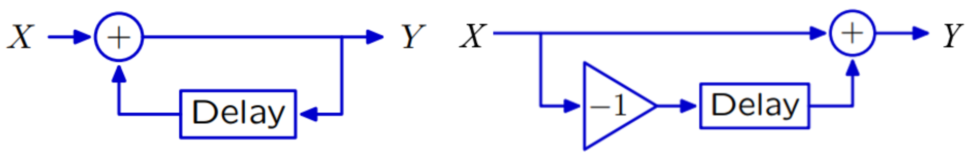


Рис. 4 – Блок-схеми найпростіших систем на основі операторного представлення

Нижче наведено приклади блок-схем деяких систем:

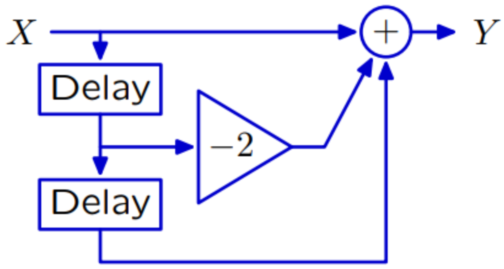


Рис. 5 – Блок-схема системи $Y = (1 - 2R + R^2)X = X - 2RX + R^2X$

Відліку *x*[*n-1*], затриманому на один такт, відповідає оператор ***R*** у першому ступені. Затриманому на два такти відліку *x*[*n-2*] відповідає оператор ***R***, зведений у другий ступень, тобто $\boldsymbol{R}^2$. Таким чином, показник ступеню оператора ***R*** відповідає кількості тактів затримки.

Головний висновок полягає в тому, що між структурою різницевого рівняння, структурою оператора та блок-схемою системи існує цілком однозначна відповідність.

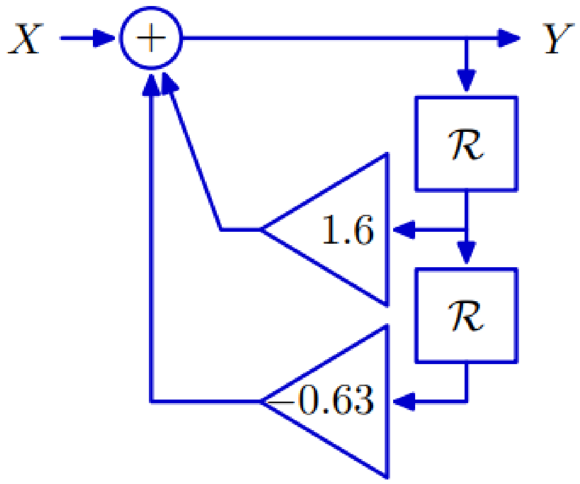


Рис. 6 – Блок-схема системи $Y = X + 1.6RY - 0.63R^2Y$

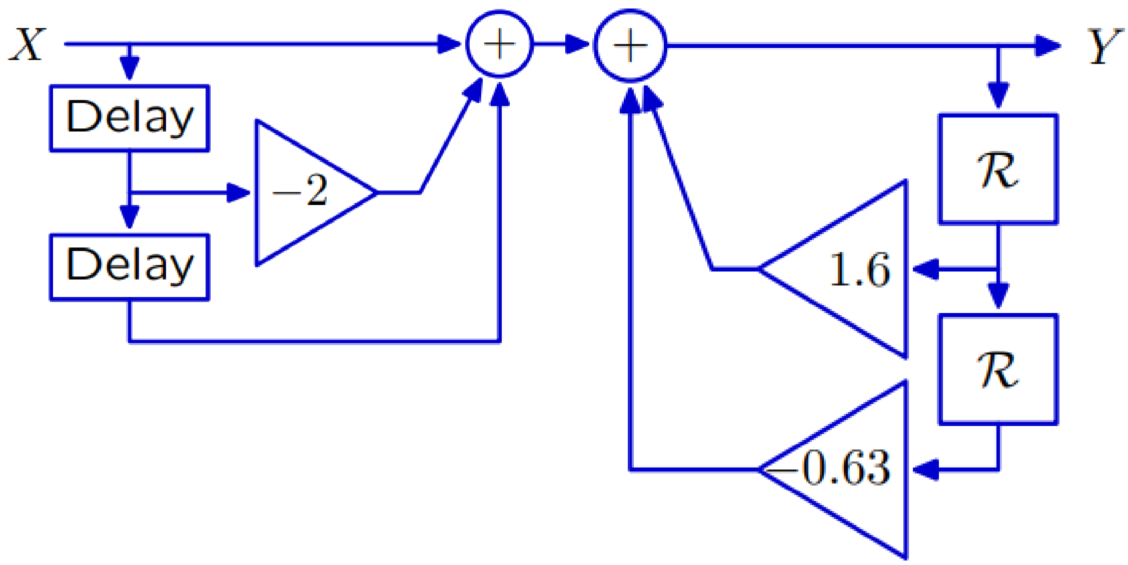


Рис. 6 – Блок-схема системи $Y = X - 2RX + R^2X + 1.6RY - 0.63R^2Y$

Передавальна функція дискретної системи

Передавальною функцією дискретної системи (інакше: «дискретна передавальна функція») є функція $H(z)$ від комплексного числа z, яка є відношенням z-перетворення вихідного сигналу $Y(z)$ до z-перетворення вхідного сигналу $X(z)$:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \tag{11}$$

Для того, аби від операторної форми представлення системи перейти до форми представлення в z-перетвореннях й отримати дискретну передавальну функцію $H(z)$, необхідно в операторному функціоналі системи $H(R)$ виконати заміну

$$R \rightarrow \frac{1}{z} = z^{-1} \tag{12}$$

або інакше кажучи: зробити підстановку (12).

Застосуємо цей спосіб на прикладі системи другого порядку, операторний функціонал якої представлений рівнянням (10). Зробимо підстановку (12) в даному функціоналі та отримаємо дискретну передавальну функцію цієї системи:

$$H(z) = \frac{1}{1 - 1.6z^{-1} + 0.63z^{-2}} \tag{13}$$

На основі операторного представлення (9) дискретну передавальну функцію записують таким чином:

$$H(z) = \frac{\sum_{m=0}^{M} b_m z^{-m}}{\sum_{k=0}^{N} a_k z^{-k}} \tag{14}$$

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанту відповідає порядковому номеру прізвища студента у списку групи. В таблиці 1 для кожного варіанту записано три різницеві рівняння, що відповідають трьом різним системам.

Таблиця 1

Варіант №	***Система №1***
1	$y[n]=x[n]+3x[n-1]+3x[n-3]$
2	$y[n]=x[n]+3x[n-1]-3x[n-2]-x[n-3]$
3	$y[n]=x[n]-x[n-1]+3x[n-2]$
4	$y[n]=-x[n]+x[n-1]-2x[n-2]$
5	$y[n]=2x[n]-2x[n-1]-12x[n-2]$
6	$y[n]=x[n]+2x[n-1]-x[n-2]$
7	$y[n]=x[n]+10x[n-1]+20x[n-2]$
8	$y[n]=x[n]+5x[n-1]-x[n-2]+10x[n-3]$
9	$y[n]=x[n]+x[n-2]-x[n-3]$
10	$y[n]=100x[n]+50x[n-1]-40x[n-2]$
Варіант №	***Система №2***
1	$y[n]=x[n]-2y[n-1]+3y[n-2]$
2	$y[n]=x[n]-0.7y[n-1]$
3	$y[n]=x[n]+1.2y[n-1]-1.6y[n-2]+1.6y[n-3]$
4	$y[n]=-x[n]-1.5y[n-1]+y[n-2]$
5	$y[n]=2x[n]-y[n-1]+0.5y[n-2]-0.2y[n-3]$
6	$y[n]=x[n]-y[n-1]+0.5y[n-2]$
7	$y[n]=x[n]+10y[n-1]+20y[n-2]$
8	$y[n]=x[n]-y[n-1]+2y[n-2]$
9	$y[n]=x[n]-2.5y[n-1]-3.5y[n-2]+y[n-3]$
10	$y[n]=100x[n]+y[n-1]-0.5y[n-2]$
Варіант №	***Система №3***
1	$y[n]=x[n]+3x[n-1]+3x[n-3]-2y[n-1]+3y[n-2]$
2	$y[n]=x[n]+3x[n-1]-3x[n-2]-x[n-3]-0.7y[n-1]$
3	$y[n]=x[n]-x[n-1]+3x[n-2]+1.2y[n-1]-1.6y[n-2]+1.6y[n-3]$
4	$y[n]=-x[n]+x[n-1]-2x[n-2]-1.5y[n-1]+y[n-2]$
5	$y[n]=2x[n]-2x[n-1]-12x[n-2]-y[n-1]+0.5y[n-2]-0.2y[n-3]$
6	$y[n]=x[n]+2x[n-1]-x[n-2]-y[n-1]+0.5y[n-2]$
7	$y[n]=x[n]+10x[n-1]+20x[n-2]+10y[n-1]+20y[n-2]$
8	$y[n]=x[n]+5x[n-1]-x[n-2]+10x[n-3]-y[n-1]+2y[n-2]$
9	$y[n]=x[n]+x[n-2]-x[n-3]-2.5y[n-1]-3.5y[n-2]+y[n-3]$
10	$y[n]=100x[n]+50x[n-1]-40x[n-2]+y[n-1]-0.5y[n-2]$

2. Під час виконання лабораторної роботи необхідно для кожної із трьох зазначених систем:
    1) за наданим різницевим рівнянням системи записати рівняння, яке є операторним представленням системи;
    2) записати дискретну передавальну функцію системи;
    3) намалювати блок-схему системи.

ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати оформити у вигляді звіту.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА З КУРСУ "ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ" № С-04

Тема: Отримання імпульсних характеристик найпростіших дискретних систем шляхом моделювання

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Метою роботи є засвоєння способів побудови моделей дискретних систем та вивчення властивостей найпростіших лінійних стаціонарних систем шляхом отримання їх імпульсних характеристик. Моделювання проводиться у середовищі Matlab – Simulink.

Системи без зворотного зв'язку та зі зворотним зв'язком

У системах без зворотного зв'язку відліки вихідного сигналу $y[n]$ залежать тільки від відліків вхідного сигналу, наприклад, від $x[n]$, $x[n\text{-}1]$, $x[n\text{-}2]$, $x[n\text{-}3]$,… Різницеве рівняння системи без зворотного зв'язку має ось такий загальний вигляд:

$$y[n] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m] \qquad (1)$$

Найпростіша система без зворотного зв'язку описується різницевим рівнянням, яке має назву «найпростіша різницева схема»:

$$y[n] = x[n] - x[n-1] \qquad (2)$$

У системах із зворотним зв'язком відліки вихідного сигналу $y[n]$ залежать не тільки від відліків вхідного сигналу, наприклад, від $x[n]$, $x[n\text{-}1]$, $x[n\text{-}2]$, $x[n\text{-}3]$, ..., а також й від попередніх відліків самого вихідного сигналу, наприклад, від $y[n\text{-}1]$, $y[n\text{-}2]$, $y[n\text{-}3]$,…. Різницеве рівняння системи із зворотним зв'язком має наступний загальний вигляд:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m] \qquad (3)$$

Найпростішою системою зі зворотним зв'язком є суматор – система, яка підсумовує всі відліки вхідного сигналу, які наразі надійшли на вхід. Така система описується різницевим рівнянням:

$$y[n] - y[n-1] = x[n] \qquad (4)$$

Імпульсна характеристика системи

Імпульсною характеристикою системи називається реакція системи $h[n]$ на вхідний сигнал у вигляді одиничного імпульсу $\delta[n]$:

$$\delta[n]=\begin{cases}0, & n\neq 0\\ 1, & n=0\end{cases} \quad (5)$$

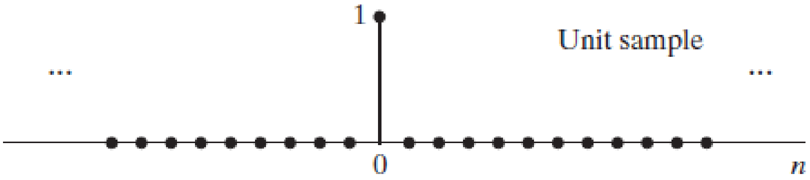


Рис. 1 - Сигнал у вигляді одиничного імпульсу

Лінійна стаціонарна система повністю визначається своєю імпульсною характеристикою $h[n]$, оскільки за відомою послідовністю $h[n]$, можна обчислити відгук $y[n]$ на будь-який поданий вхідний сигнал $x[n]$. Для цього використовується операція дискретної згортки:

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]h[n-k] \quad (6)$$

Види імпульсних характеристик

Кожна система має свою імпульсну характеристику, що відрізняється від імпульсних характеристик інших систем. Якщо ж дві системи мають абсолютно однакову імпульсну характеристику, то ці дві системи – ідентичні.

З огляду на вид імпульсної характеристики можна визначити класи систем. Клас систем – це сукупність систем, яким притаманні загальні властивості. Це означає, що за виглядом імпульсної характеристики можна визначити основні властивості системи. Через це в теорії цифрових систем виділяють окремі види імпульсних характеристик. Насамперед – це скінченні та нескінченні імпульсні характеристики. Також виділяють збіжні та розбіжні імпульсні характеристики систем.

Скінченні та нескінченні імпульсні характеристики

Імпульсна характеристика найпростішої системи без зворотного зв'язку (рис 2*а*), яка реалізує найпростішу різницеву схему (2) має вигляд, представлений на малюнку 2*б*.

Як можна побачити на рисунку, імпульсна характеристика набуває певні значення, відмінні від нуля, тільки на початкових індексах, коли $n=0$ і $n=1$. За старших індексів значення відліків дорівнюють нулю. Це скінченна імпульсна характеристика. В загальному випадку *скінченна імпульсна характеристика* (СІХ) – це така імпульсна характеристика, яка зі зростанням номерів індексів рано чи пізно встановлюється в нуль, після чого свого нульового значення вже не змінює. Системи, які мають таку імпульсну характеристику, називають СІХ-системами.

Імпульсна характеристика найпростішої системи зі зворотним зв'язком (рис 2*в*) є нескінченною, вона ніколи не приходить у нульове значення, хоча й прагне до нуля. Це – *нескінченна імпульсна характеристика* (НІХ), а системи, які мають подібну імпульсну характеристику, називають НІХ-системами.

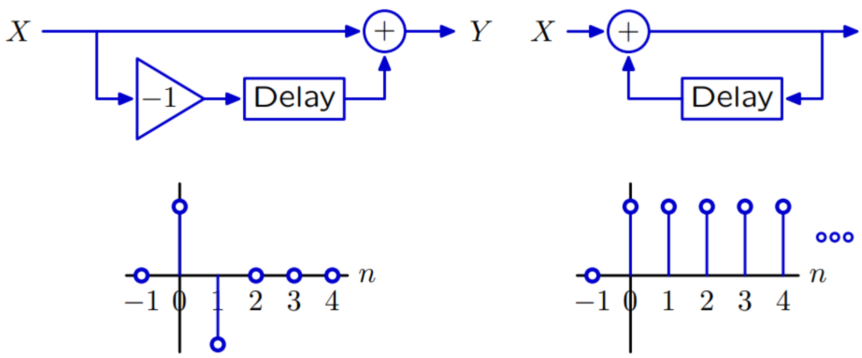


Рис 2 – Блок-схеми та імпульсні характеристики систем:
а) блок-схема найпростішої системи без зворотного зв'язку та
імпульсна характеристика цієї системи (*б*);
в) блок-схема найпростішої системи зі зворотним зв'язком та
імпульсна характеристика цієї системи (*г*)

Системи без зворотного зв'язку (ЗЗ) не можуть мати нескінченну імпульсну характеристику. Системи без ЗЗ – це завжди СІХ-системи. А от імпульсна характеристика систем з ЗЗ в загальному випадку є нескінченною, тому системи з ЗЗ ставляться до класу НІХ-систем.

Збіжні та розбіжні імпульсні характеристики

На рисунку 3 наведено блок-схеми та імпульсні характеристики деяких систем.

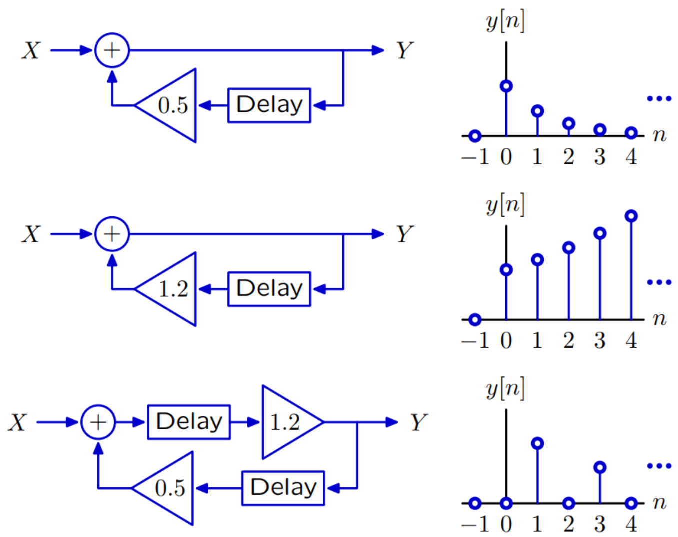


Рис. 3 – Збіжні (*а* і *в*) та розбіжна (*б*) імпульсні характеристики

Ми бачимо, що в деяких системах (рис. 3*а* і рис. 3*в*) імпульсні характеристики з часом прагнуть нуля. Такі характеристики називають *збіжними*, бо вони «збігаються» до нульового значення. На рис. 3*б* ми бачимо характеристику, значення відліків якої постійно збільшуються і, якщо нескінченно продовжити графік вправо, то на графіку ці значення з часом також будуть прагнути до нескінченності, тому їх називають *розбіжними*. Очевидно, що система, яка має розбіжну імпульсну характеристику, є нестійкою, оскільки її реакція на обмежений сигнал (одиничний імпульс є обмеженим сигналом) є необмеженою.

Фундаментальні рішення

Розглянемо найпростішу лінійну стаціонарну дискретну систему зі зворотним зв'язком у двох варіантах, які відрізняються один від одного коефіцієнтом посилення в лінії зворотного зв'язку (рис. 4). В одному випадку цей коефіцієнт дорівнює 0.5, а в іншому 1.2. Імпульсні характеристики обох цих систем також наведені на рисунку 4.

У першому випадку (рис. 4 зліва) імпульсна характеристика являє собою збіжну послідовність, яка описується рівнянням геометричної прогресії з основою 0.5:

$$y[n] = 0.5^n \tag{7}$$

Це рівняння випливає з того факту, що кожен наступний відлік вихідного сигналу лівої системи в 0.5 разів менше, ніж попередній. Імпульсна характеристика правої системи також є геометричною прогресією, але вже з основою 1.2. Причина та сама: кожен наступний відлік вихідного сигналу – це попередній вихідний відлік, помножений на 1.2. Отримана імпульсна характеристика розходиться, що однозначно свідчить про те, що права система – нестійка.

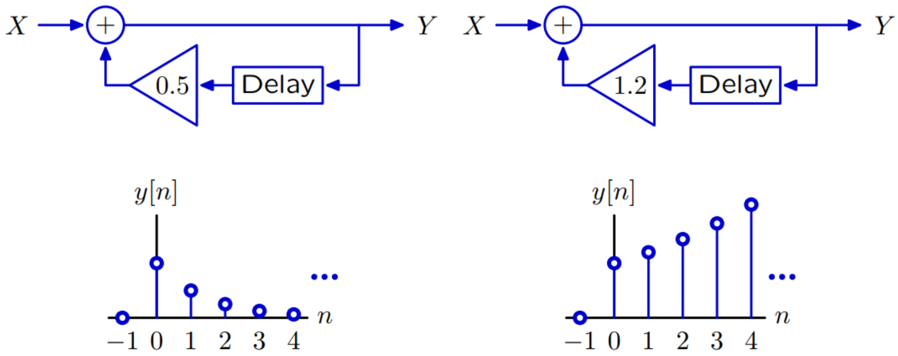


Рис. 4 – Найпростіші системи із зворотним зв'язком та їхні імпульсні характеристики.

Таким чином, імпульсна характеристика найпростішої системи є геометричною прогресією з певною основою p_0 (у наведеному прикладі для лівої системи $p_0 = 0.5$, для правої системи $p_0 = 1.2$):

$$h[n] = p_0^n \tag{8}$$

Згадаймо визначення з математики: *фундаментальними рішеннями* рівняння називають такі рішення, з яких можна сконструювати всі інші рішення. Математично доведено, що рішення (8) є фундаментальним рішенням будь-якого різницевого рівняння, яке описує реакцію лінійної стаціонарної дискретної системи на одиничний вхідний сигнал. А це означає, що імпульсна характеристика будь-якої лінійної стаціонарної дискретної системи складається із суми рішень виду:

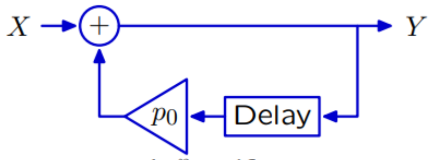
$$h[n] = A_0 p_0^n + A_1 p_1^n + A_2 p_2^n + \cdots \tag{9}$$

Імпульсні характеристики різних систем відрізняються лише числами p_0, p_1, p_2, p_3, … – основами геометричних прогресій, із суми яких складається імпульсна характеристика, а також коефіцієнтами A_0, A_1, A_2, A_3, …, на які ці геометричні прогресії множаться.

Імпульсна характеристика будь-якої лінійної стаціонарної дискретної системи є зваженою сумою геометричних прогресій виду p_0^n. Геометрична прогресія p_0^n є фундаментальним рішенням різницевих рівнянь, що описують лінійні стаціонарні дискретні системи з одиничним сигналом на вході.

Полюси системи

Геометрична прогресія p_0^n є реакцією найпростішої системи із зворотним зв'язком на одиничний імпульс. Вигляд імпульсної характеристики, тобто вигляд послідовності, утвореної за правилами геометричної прогресії, залежить від її основи, в даному найпростішому випадку ця основа дорівнює коефіцієнту посилення в лінії зворотного зв'язку (рис. 5).



$$y[n] = \begin{cases} p_0^n, & \text{if } n >= 0; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

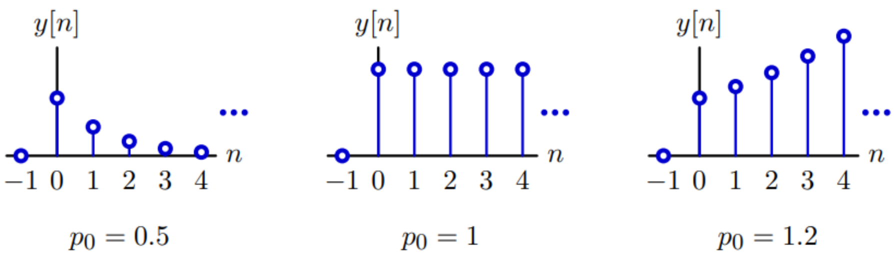
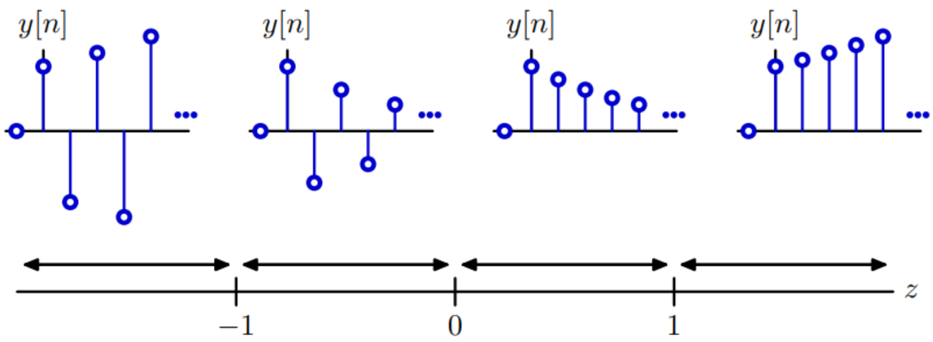


Рис. 5 – Загальний вигляд імпульсної характеристики залежно від значення полюса найпростішої системи із зворотним зв'язком

Важливо звернути увагу, що хоч вихідна послідовність і є нескінченною, хоч вона і складається з нескінченного числа цифрових значень, насправді її вигляд абсолютно однозначно визначається лише одним числом – значенням p_0. Основу геометричної послідовності p_0 називають полюсом системи. За значенням полюса p_0 і номер індексу, використовуючи формулу (8), завжди можна розрахувати величину n-го відліку імпульсної характеристики найпростішої системи.

Наступний рисунок розкриває зв'язок між значенням полюса та виглядом фундаментального рішення – імпульсної характеристики найпростішої системи зі зворотним зв'язком.



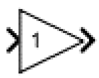
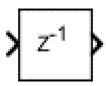
$p_0 < -1$:	значення – розбігаються, знаки – чергуються
$-1 < p_0 < 0$:	значення – збігаються, знаки – чергуються
$0 < p_0 < 1$:	значення – монотонно збігаються
$p_0 > 1$:	значення – монотонно розбігаються

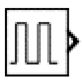
Рис. 6 – Зв'язок між значенням полюса та виглядом фундаментального рішення

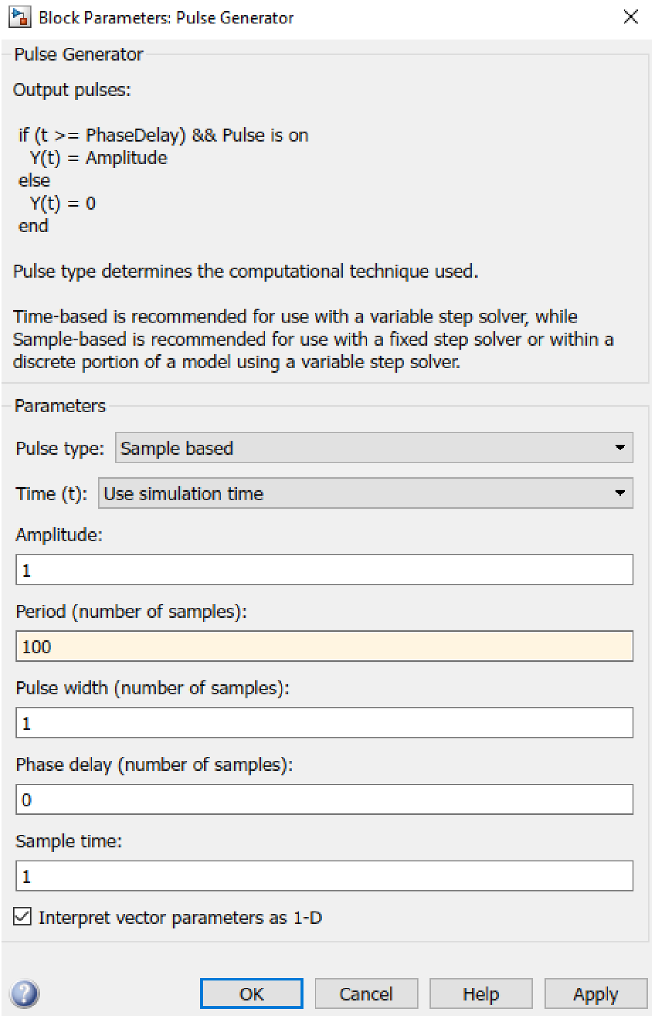
ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

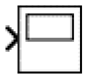
1. Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанту відповідає порядковому номеру прізвища студента у списку групи.
2. В таблиці 1 наведено відповідність між елементами блок-схем систем та блоками Simulink.

Таблиця 1

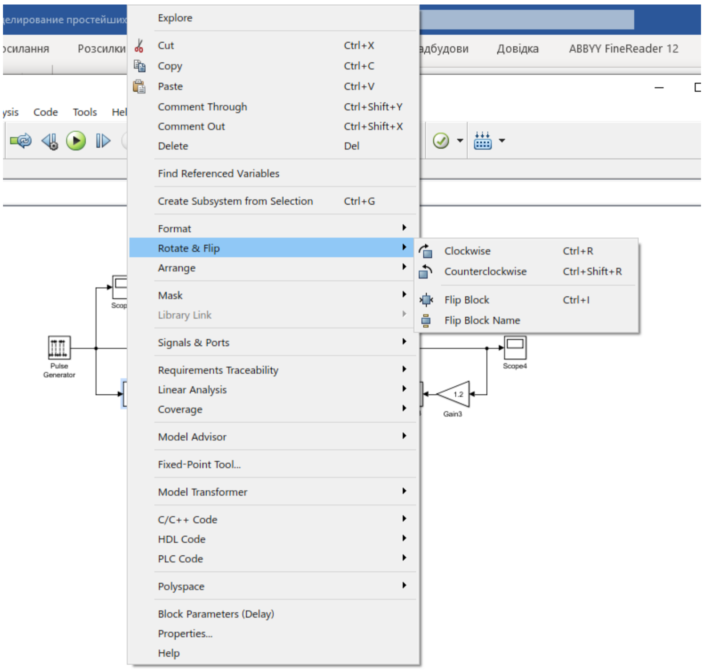
Блок-схеми		Блоки Simulink		
Функція	Елемент	Блок	Назва	Бібліотека
підсумовування			`Sum`	`Commonly Used Blocks`
множення			`Gain`	`Commonly Used Blocks`
затримка			`Delay`	`Commonly Used Blocks`

3. Необхідно, використовуючи наведені в таблиці 1 блоки `Simulink`, побудувати модель найпростішої системи без зворотного зв'язку (рис. 2а) та модель найпростішої системи зі зворотним зв'язком (рис. 2б). В якості джерела сигналу у вигляді одиничного імпульсу використовувати блок `Simulink Pulse Generator`  з бібліотеки `Sources`. Параметри налаштування даного генератора повинні відповідати наведеним на рисунку:

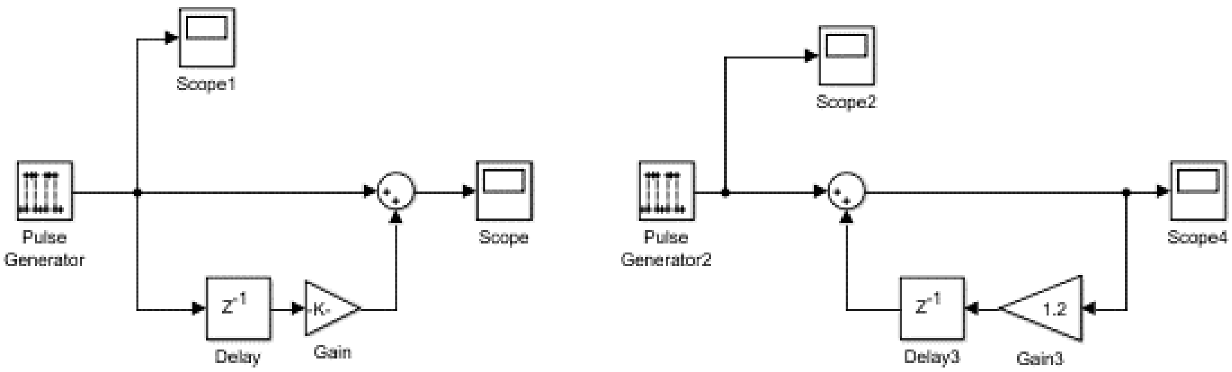


Сигнали слід переглядати за допомогою осцилографів `Scope`  з бібліотеки `Sinks`.

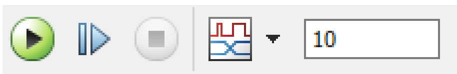
В процесі побудови моделі для деяких блоків потрібно виконати дзеркальне відображення зображення блоку. Виконання цієї операції дозволяє поміняти в блоці сторони для введення та виведення сигналів, які зазвичай розташовуються таким чином, що введення знаходиться ліворуч, а виведення справа. Для того, щоб виконати дану операцію, необхідно клацнути правою клавішею миші на об'єкт і вибрати з меню опцію `Rorate` & `Flip`, після чого у меню другого рівня вибрати опцію `Flip Block`.



4. Після побудови моделей двох систем робоче поле набуде приблизно такого вигляду:



5. Встановити час проведення моделювання в значення 10:



6. В моделі системи без зворотного зв'язку послідовно встановити коефіцієнти множення системи (блок `Gain`) в положення, зазначені в таблиці 2. Для кожного з шести значень зробити моделювання і зафіксувати імпульсну характеристику системи без зворотного зв'язку.

Таблиця 2

№ варіанту	Система без зворотного зв’язку					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	-1	0,5	-0,5	1,5	-1,5
2	1	-1	0,2	-0,2	2	-2
3	1	-1	0,4	-0,4	1,2	-1,2
4	1	-1	0,3	-0,3	3	-3
5	1	-1	0,8	-0,8	2,5	-2,5
6	1	-1	0,1	-0,1	1,8	-1,8
7	1	-1	0,6	-0,6	2,2	-2,2
8	1	-1	0,7	-0,7	2,8	-2,8
9	1	-1	0,9	-0,9	1,4	-1,4
10	1	-1	0,5	-0,5	3,5	-3,5

7. Здійснити аналіз результатів моделювання системи без зворотного зв'язку. Для кожної з отриманих імпульсних характеристик вказати їх властивості відповідно до категорій:
   1) скінченна чи нескінченна?
   2) збіжна або розбіжна (для збіжних вказати, до якого значення збігається)?
   3) знакозмінна чи знакопостійна?
   4) періодична чи неперіодична?
8. Зробити підсумковий висновок: чи відповідає вигляд отриманих в результаті моделювання імпульсних характеристик очікуваному вигляду (відповідно до теорії дискретних систем) або не відповідає, і якщо не відповідає, то вказати, які саме параметри не відповідають.
9. У моделі системи із зворотним зв'язком послідовно встановити коефіцієнти множення системи (блок `Gain`) у положення, зазначені в таблиці 3. Для кожного із шести значень зробити моделювання та зафіксувати імпульсну характеристику системи із зворотним зв'язком.

Таблиця 3

№ варіанту	Система з зворотнім зв’язком					
	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
1	1	-1	0,5	-0,5	1,5	-1,5
2	1	-1	0,2	-0,2	2	-2
3	1	-1	0,4	-0,4	1,2	-1,2
4	1	-1	0,3	-0,3	3	-3
5	1	-1	0,8	-0,8	2,5	-2,5
6	1	-1	0,1	-0,1	1,8	-1,8
7	1	-1	0,6	-0,6	2,2	-2,2
8	1	-1	0,7	-0,7	2,8	-2,8
9	1	-1	0,9	-0,9	1,4	-1,4
10	1	-1	0,5	-0,5	3,5	-3,5

10. Виконати аналіз результатів моделювання системи із зворотним зв'язком. Для кожної з отриманих імпульсних характеристик вказати її властивості відповідно до категорій:

1) скінченна чи нескінченна?
2) збіжна або розбіжна (для збіжних вказати, до якого значення збігається)?
3) знакозмінна чи знакопостійна?
4) періодична чи неперіодична?

11. Зробити підсумковий висновок: чи відповідає вигляд отриманих в результаті моделювання імпульсних характеристик очікуваному вигляду (відповідно до теорії дискретних систем) або не відповідає, і якщо не відповідає, то вказати, які саме параметри не відповідають.

ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати оформити у вигляді звіту.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА З КУРСУ
"ОСНОВИ ЦИФРОВОЇ ОБРОБКИ СИГНАЛІВ ТА ЗОБРАЖЕНЬ"
№ С-05

Тема: Отримання імпульсних характеристик дискретних систем шляхом моделювання

ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Метою роботи є засвоєння способів побудови моделей дискретних систем та вивчення властивостей лінійних стаціонарних систем шляхом отримання їх імпульсних характеристик. Моделювання проводиться в середовищі Matlab – Simulink.

Системи без зворотного зв'язку та зі зворотним зв'язком

У системах без зворотного зв'язку відліки вихідного сигналу $y[n]$ залежать тільки від відліків вхідного сигналу, наприклад, від $x[n]$, $x[n\text{-}1]$, $x[n\text{-}2]$, $x[n\text{-}3]$,… Різницеве рівняння системи без зворотного зв'язку має ось такий загальний вигляд:

$$y[n] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m] \qquad (1)$$

Найпростіша система без зворотного зв'язку описується різницевим рівнянням, яке має назву «найпростіша різницева схема»:

$$y[n] = x[n] - x[n-1] \qquad (2)$$

У системах із зворотним зв'язком відліки вихідного сигналу $y[n]$ залежать не тільки від відліків вхідного сигналу, наприклад, від $x[n]$, $x[n\text{-}1]$, $x[n\text{-}2]$, $x[n\text{-}3]$, ..., а також й від попередніх відліків самого вихідного сигналу, наприклад, від $y[n\text{-}1]$, $y[n\text{-}2]$, $y[n\text{-}3]$,…. Різницеве рівняння системи із зворотним зв'язком має наступний загальний вигляд:

$$\sum_{k=0}^{N} a_k y[n-k] = \sum_{m=0}^{M} b_m x[n-m] \qquad (3)$$

Найпростішою системою зі зворотним зв'язком є суматор – система, яка підсумовує всі відліки вхідного сигналу, які наразі надійшли на вхід. Така система описується різницевим рівнянням:

$$y[n] - y[n-1] = x[n] \qquad (4)$$

Імпульсна характеристика системи

Імпульсною характеристикою системи називається реакція системи $h[n]$ на вхідний сигнал у вигляді одиничного імпульсу $\delta[n]$:

$$\delta[n]=\begin{cases}0, & n\neq 0\\ 1, & n=0\end{cases} \qquad (5)$$

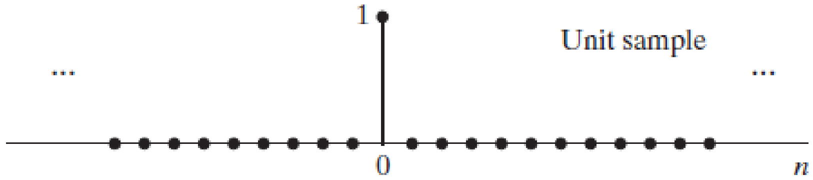


Рис. 1 - Сигнал у вигляді одиничного імпульсу

Лінійна стаціонарна система повністю визначається своєю імпульсною характеристикою $h[n]$, оскільки за відомою послідовністю $h[n]$, можна обчислити відгук $y[n]$ на будь-який поданий вхідний сигнал $x[n]$. Для цього використовується операція дискретної згортки:

$$y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x[k]h[n-k] \qquad (6)$$

Види імпульсних характеристик

Кожна система має свою імпульсну характеристику, що відрізняється від імпульсних характеристик інших систем. Якщо ж дві системи мають абсолютно однакову імпульсну характеристику, то ці дві системи – ідентичні.

З огляду на вид імпульсної характеристики можна визначити класи систем. Клас систем – це сукупність систем, яким притаманні загальні властивості. Це означає, що за виглядом імпульсної характеристики можна визначити основні властивості системи. Через це в теорії цифрових систем виділяють окремі види імпульсних характеристик. Насамперед – це скінченні та нескінченні імпульсні характеристики. Також виділяють збіжні та розбіжні імпульсні характеристики систем.

Скінченні та нескінченні імпульсні характеристики

Імпульсна характеристика найпростішої системи без зворотного зв'язку (рис 2*а*), яка реалізує найпростішу різницеву схему (2) має вигляд, представлений на малюнку 2*б*.

Як можна побачити на рисунку, імпульсна характеристика набуває певні значення, відмінні від нуля, тільки на початкових індексах, коли $n=0$ і $n=1$. За старших індексів значення відліків дорівнюють нулю. Це скінченна імпульсна характеристика. В загальному випадку *скінченна імпульсна характеристика* (СІХ) – це така імпульсна характеристика, яка зі зростанням номерів індексів рано чи пізно встановлюється в нуль, після чого свого нульового значення вже не змінює. Системи, які мають таку імпульсну характеристику, називають СІХ-системами.

Імпульсна характеристика найпростішої системи зі зворотним зв'язком (рис 2*в*) є нескінченною, вона ніколи не приходить у нульове значення, хоча й прагне до нуля. Це – *нескінченна імпульсна характеристика* (НІХ), а системи, які мають подібну імпульсну характеристику, називають НІХ-системами.

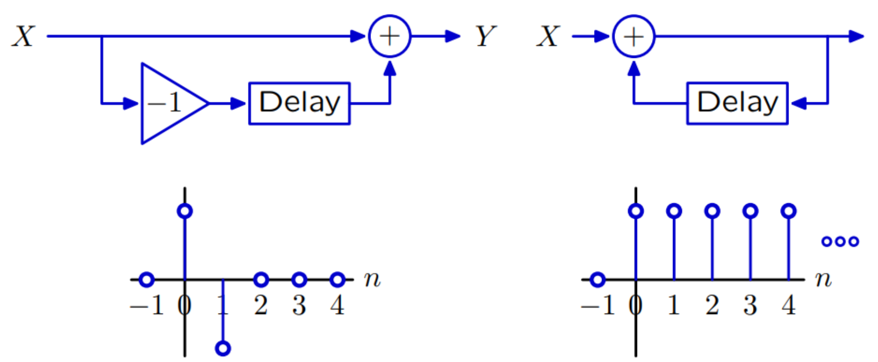


Рис 2 – Блок-схеми та імпульсні характеристики систем:
а) блок-схема найпростішої системи без зворотного зв'язку та імпульсна характеристика цієї системи (*б*);
в) блок-схема найпростішої системи зі зворотним зв'язком та імпульсна характеристика цієї системи (*г*)

Системи без зворотного зв'язку (ЗЗ) не можуть мати нескінченну імпульсну характеристику. Системи без ЗЗ – це завжди СІХ-системи. А от імпульсна характеристика систем з ЗЗ в загальному випадку є нескінченною, тому системи з ЗЗ ставляться до класу НІХ-систем.

Збіжні та розбіжні імпульсні характеристики

На рисунку 3 наведено блок-схеми та імпульсні характеристики деяких систем.

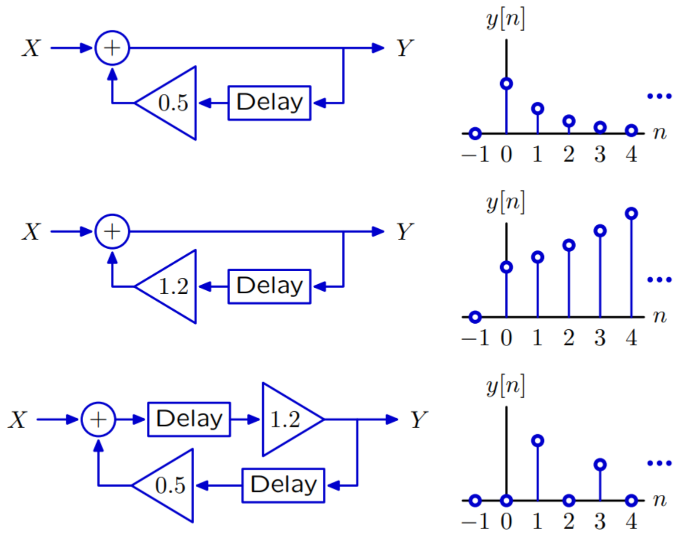


Рис. 3 – Збіжні (*а* і *в*) та розбіжна (*б*) імпульсні характеристики

Ми бачимо, що в деяких системах (рис. 3*а* і рис. 3*в*) імпульсні характеристики з часом прагнуть нуля. Такі характеристики називають *збіжними*, бо вони «збігаються» до нульового значення. На рис. 3*б* ми бачимо характеристику, значення відліків якої постійно збільшуються і, якщо нескінченно продовжити графік вправо, то на графіку ці значення з часом також будуть прагнути до нескінченності, тому їх називають *розбіжними*. Очевидно, що система, яка має розбіжну імпульсну характеристику, є нестійкою, оскільки її реакція на обмежений сигнал (одиничний імпульс є обмеженим сигналом) є необмеженою.

Фундаментальні рішення

Розглянемо найпростішу лінійну стаціонарну дискретну систему зі зворотним зв'язком у двох варіантах, які відрізняються один від одного коефіцієнтом посилення в лінії зворотного зв'язку (рис. 4). В одному випадку цей коефіцієнт дорівнює 0.5, а в іншому 1.2. Імпульсні характеристики обох цих систем також наведені на рисунку 4.

У першому випадку (рис. 4 зліва) імпульсна характеристика являє собою збіжну послідовність, яка описується рівнянням геометричної прогресії з основою 0.5:

$$y[n] = 0.5^n \tag{7}$$

Це рівняння випливає з того факту, що кожен наступний відлік вихідного сигналу лівої системи в 0.5 разів менше, ніж попередній. Імпульсна характеристика правої системи також є геометричною прогресією, але вже з основою 1.2. Причина та сама: кожен наступний відлік вихідного сигналу – це попередній вихідний відлік, помножений на 1.2. Отримана імпульсна характеристика розходиться, що однозначно свідчить про те, що права система – нестійка.

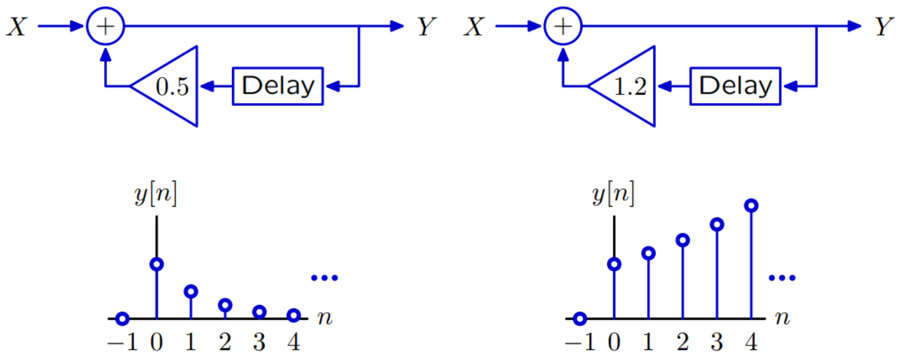


Рис. 4 – Найпростіші системи із зворотним зв'язком та їхні імпульсні характеристики.

Таким чином, імпульсна характеристика найпростішої системи є геометричною прогресією з певною основою p_0 (у наведеному прикладі для лівої системи $p_0 = 0.5$, для правої системи $p_0 = 1.2$):

$$h[n] = p_0^n \tag{8}$$

Згадаймо визначення з математики: *фундаментальними рішеннями* рівняння називають такі рішення, з яких можна сконструювати всі інші рішення. Математично доведено, що рішення (8) є фундаментальним рішенням будь-якого різницевого рівняння, яке описує реакцію лінійної стаціонарної дискретної системи на одиничний вхідний сигнал. А це означає, що імпульсна характеристика будь-якої лінійної стаціонарної дискретної системи складається із суми рішень виду:

$$h[n] = A_0 p_0^n + A_1 p_1^n + A_2 p_2^n + \cdots \tag{9}$$

Імпульсні характеристики різних систем відрізняються лише числами p_0, p_1, p_2, p_3, … – основами геометричних прогресій, із суми яких складається імпульсна характеристика, а також коефіцієнтами A_0, A_1, A_2, A_3, …, на які ці геометричні прогресії множаться.

Імпульсна характеристика будь-якої лінійної стаціонарної дискретної системи є зваженою сумою геометричних прогресій виду p_0^n. Геометрична прогресія p_0^n є фундаментальним рішенням різницевих рівнянь, що описують лінійні стаціонарні дискретні системи з одиничним сигналом на вході.

Полюси системи

Геометрична прогресія p_0^n є реакцією найпростішої системи із зворотним зв'язком на одиничний імпульс. Вигляд імпульсної характеристики, тобто вигляд послідовності, утвореної за правилами геометричної прогресії, залежить від її основи, в даному найпростішому випадку ця основа дорівнює коефіцієнту посилення в лінії зворотного зв'язку (рис. 5).

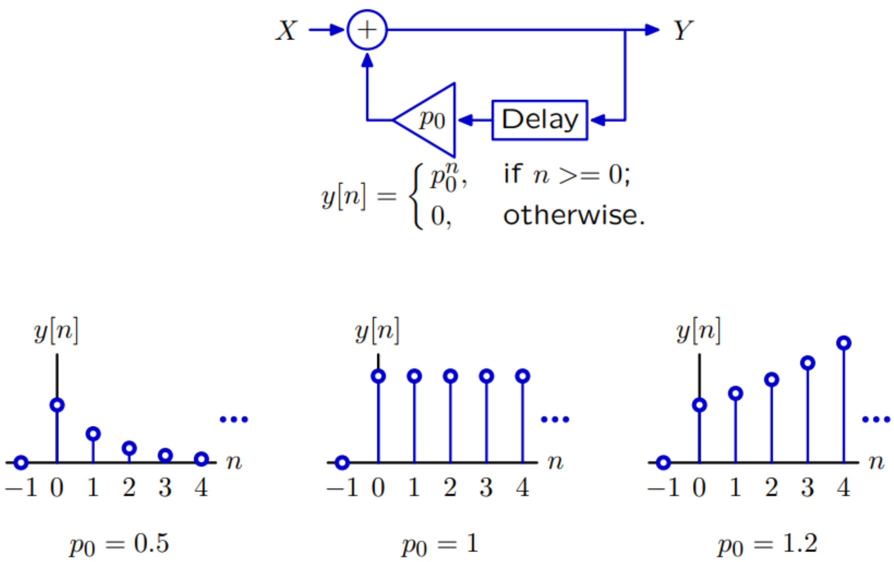
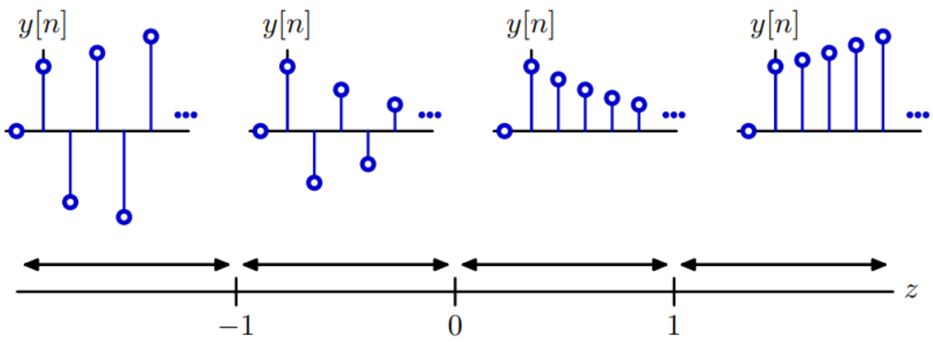


Рис. 5 – Загальний вигляд імпульсної характеристики залежно від значення полюса найпростішої системи із зворотним зв'язком

Важливо звернути увагу, що хоч вихідна послідовність і є нескінченною, хоч вона і складається з нескінченного числа цифрових значень, насправді її вигляд абсолютно однозначно визначається лише одним числом – значенням p_0. Основу геометричної послідовності p_0 називають полюсом системи. За значенням полюса p_0 і номер індексу, використовуючи формулу (8), завжди можна розрахувати величину n-го відліку імпульсної характеристики найпростішої системи.

Наступний рисунок розкриває зв'язок між значенням полюса та виглядом фундаментального рішення – імпульсної характеристики найпростішої системи зі зворотним зв'язком.



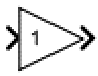
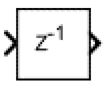
$p_0 < -1$: значення – розбігаються, знаки – чергуються
$-1 < p_0 < 0$: значення – збігаються, знаки – чергуються
$0 < p_0 < 1$: значення – монотонно збігаються
$p_0 > 1$: значення – монотонно розбігаються

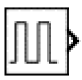
Рис. 6 – Зв'язок між значенням полюса та виглядом фундаментального рішення

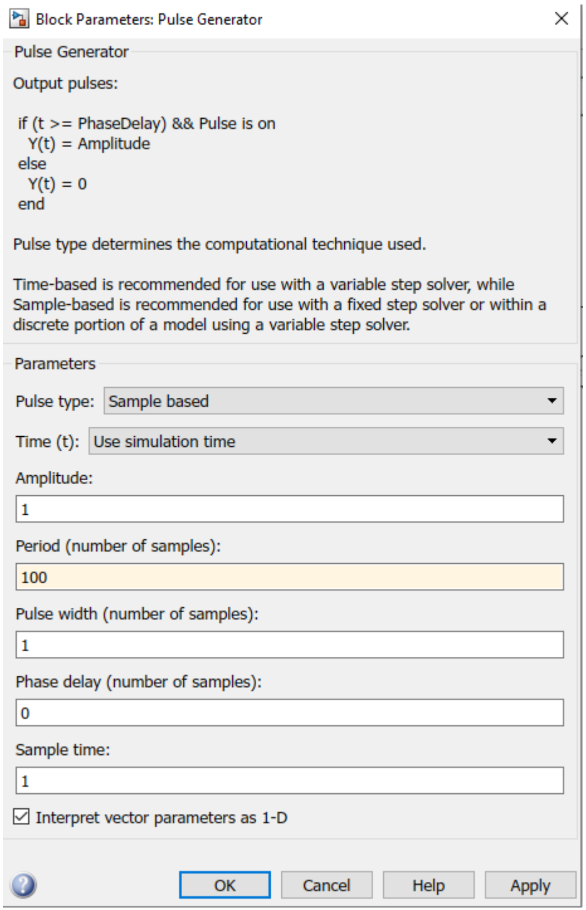
ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

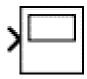
1. Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанту відповідає порядковому номеру прізвища студента у списку групи.
2. В таблиці 1 наведено відповідність між елементами блок-схем систем та блоками Simulink.

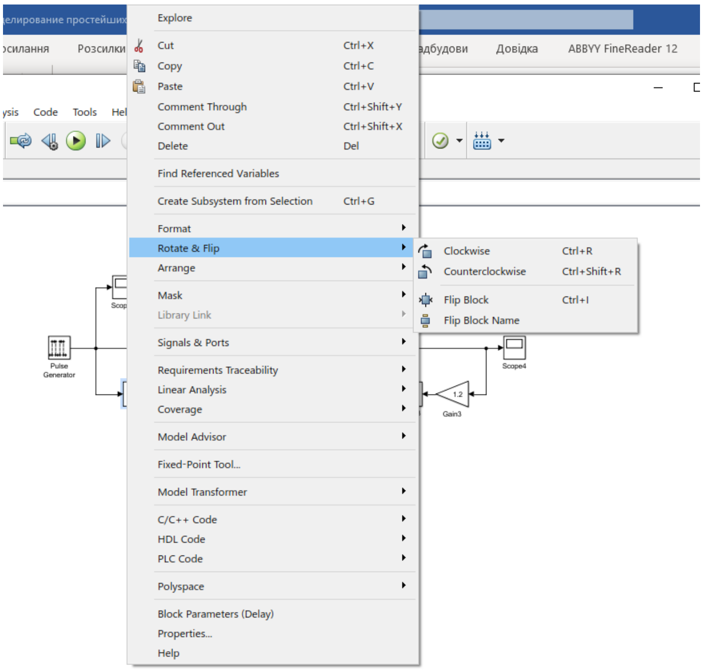
Таблиця 1

Блок-схеми		Блоки Simulink		
Функція	Елемент	Блок	Назва	Бібліотека
підсумовування			`Sum`	`Commonly Used Blocks`
множення			`Gain`	`Commonly Used Blocks`
затримка			`Delay`	`Commonly Used Blocks`

3. В якості джерела сигналу у вигляді одиничного імпульсу використовувати блок `Simulink Pulse Generator`  з бібліотеки `Sources`. Параметри налаштування даного генератора повинні відповідати наведеним на рисунку:

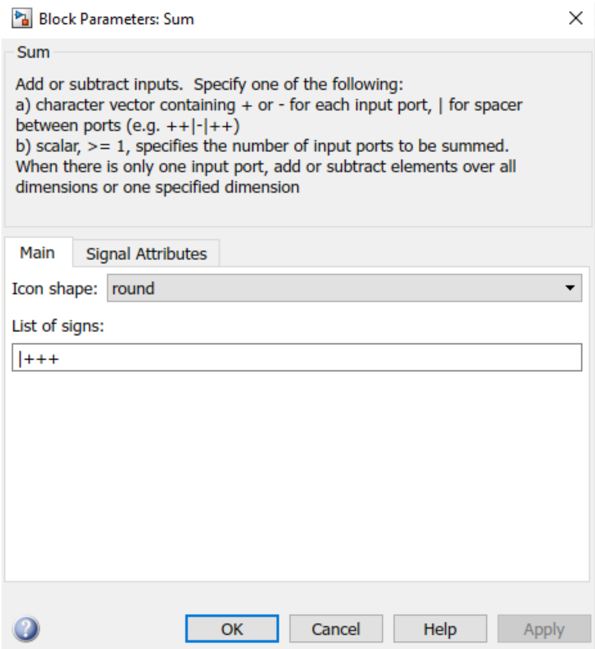


Сигнали слід переглядати за допомогою осцилографів Scope  з бібліотеки Sinks.



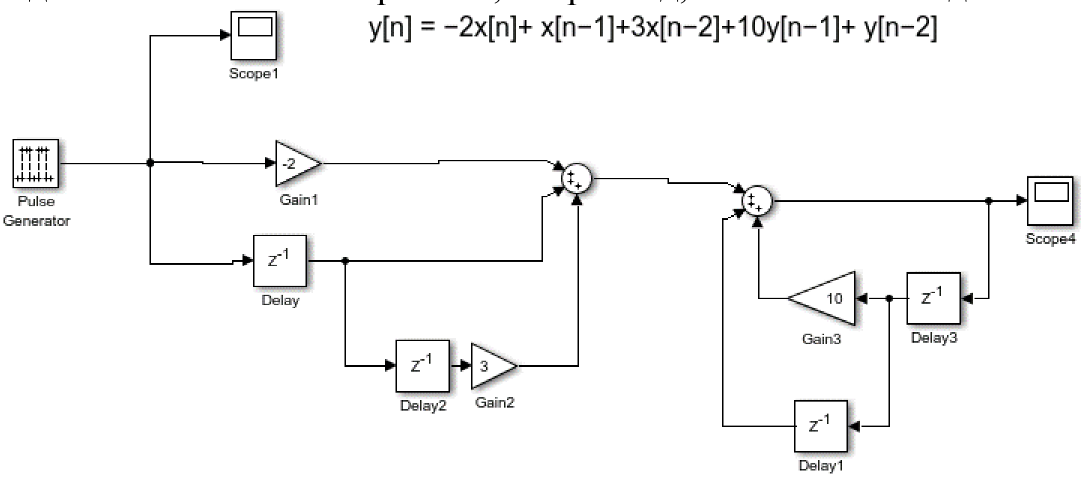
В процесі побудови моделі для деяких блоків потрібно виконати дзеркальне відображення зображення блоку. Виконання цієї операції дозволяє поміняти в блоці сторони для введення та виведення сигналів, які зазвичай розташовуються таким чином, що введення знаходиться ліворуч, а виведення справа. Для того, щоб виконати дану операцію, необхідно клацнути правою клавішею миші на об'єкт і вибрати з меню опцію `Rorate & Flip`, після чого у меню другого рівня вибрати опцію `Flip Block` (дивись рисунок вгорі).

В моделі можна використовувати не один, а кілька блоків підсумовування. Кількість входів кожного блоку підсумовування можна змінювати шляхом введення відповідної кількості знаків «+» у рядку `List of signs:`, як це показано на рисунку нижче. Також замість знаку "+" у вказаний рядок можна ввести знак "–". В цьому випадку сигнал, що надходить на цей вхід, буде відніматися від сумарного сигналу.



4. В цій роботі необхідно, використовуючи наведені в таблиці 1 та в пункті 3 блоки Simulink, побудувати моделі систем, які представлено різницевими рівняннями в таблиці 2. Варіанти початкових даних для виконання цієї роботи повністю збігаються з варіантами початкових даних роботи С-03 «Способи опису лінійних стаціонарних дискретних систем.

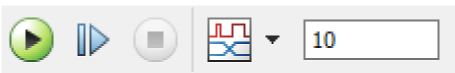
Модель системи може отримати, наприклад, ось такий вигляд:



Таблиця 2

Варіант №	***Система №1***
1	$y[n]=x[n]+3x[n-1]+3x[n-3]$
2	$y[n]=x[n]+3x[n-1]-3x[n-2]-x[n-3]$
3	$y[n]=x[n]-x[n-1]+3x[n-2]$
4	$y[n]=-x[n]+x[n-1]-2x[n-2]$
5	$y[n]=2x[n]-2x[n-1]-12x[n-2]$
6	$y[n]=x[n]+2x[n-1]-x[n-2]$
7	$y[n]=x[n]+10x[n-1]+20x[n-2]$
8	$y[n]=x[n]+5x[n-1]-x[n-2]+10x[n-3]$
9	$y[n]=x[n]+x[n-2]-x[n-3]$
10	$y[n]=100x[n]+50x[n-1]-40x[n-2]$
Варіант №	***Система №2***
1	$y[n]=x[n]-2y[n-1]+3y[n-2]$
2	$y[n]=x[n]-0.7y[n-1]$
3	$y[n]=x[n]+1.2y[n-1]-1.6y[n-2]+1.6y[n-3]$
4	$y[n]=-x[n]-1.5y[n-1]+y[n-2]$
5	$y[n]=2x[n]-y[n-1]+0.5y[n-2]-0.2y[n-3]$
6	$y[n]=x[n]-y[n-1]+0.5y[n-2]$
7	$y[n]=x[n]+10y[n-1]+20y[n-2]$
8	$y[n]=x[n]-y[n-1]+2y[n-2]$
9	$y[n]=x[n]-2.5y[n-1]-3.5y[n-2]+y[n-3]$
10	$y[n]=100x[n]+y[n-1]-0.5y[n-2]$
Варіант №	***Система №3***
1	$y[n]=x[n]+3x[n-1]+3x[n-3]-2y[n-1]+3y[n-2]$
2	$y[n]=x[n]+3x[n-1]-3x[n-2]-x[n-3]-0.7y[n-1]$
3	$y[n]=x[n]-x[n-1]+3x[n-2]+1.2y[n-1]-1.6y[n-2]+1.6y[n-3]$
4	$y[n]=-x[n]+x[n-1]-2x[n-2]-1.5y[n-1]+y[n-2]$
5	$y[n]=2x[n]-2x[n-1]-12x[n-2]-y[n-1]+0.5y[n-2]-0.2y[n-3]$
6	$y[n]=x[n]+2x[n-1]-x[n-2]-y[n-1]+0.5y[n-2]$
7	$y[n]=x[n]+10x[n-1]+20x[n-2]+10y[n-1]+20y[n-2]$
8	$y[n]=x[n]+5x[n-1]-x[n-2]+10x[n-3]-y[n-1]+2y[n-2]$
9	$y[n]=x[n]+x[n-2]-x[n-3]-2.5y[n-1]-3.5y[n-2]+y[n-3]$
10	$y[n]=100x[n]+50x[n-1]-40x[n-2]+y[n-1]-0.5y[n-2]$

5. Встановити час проведення моделювання в значення 10:



.

6. Для кожної з трьох систем провести моделювання та зафіксувати імпульсну характеристику.

7. Здійснити аналіз результатів моделювання. Для кожної з отриманих імпульсних характеристик вказати її властивості відповідно до категорій:

1) скінченна чи нескінченна?
2) збіжна або розбіжна (для збіжних вказати, до якого значення збігається)?
3) знакозмінна чи знакопостійна?
4) періодична чи неперіодична?

ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ

Результати оформити у вигляді звіту.