

Міністерство світи і науки України  
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара  
фізико-технічний факультет  
кафедра радіоелектронної автоматики

В.Б.Мазуренко

СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИГНАЛІВ ВИМІРЮВАННЯ В СИСТЕМАХ  
АВТОМАТИЗАЦІЇ

Методичні вказівки щодо виконання лабораторних робіт

Дніпро

2021

Наведено методичні вказівки щодо виконання лабораторних робіт з курсу «Спектральний аналіз сигналів вимірювання в системах автоматизації», який розроблено у відповідності до освітньо-професійної програми «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології». Для студентів фізико-технічного факультету ДНУ, що навчаються за спеціальністю 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» на першому рівні вищої освіти.

Укладач: доцент кафедри радіоелектронної автоматики фізико-технічного факультету Дніпровського національного університету ім. Олеся Гончара Мазуренко Валерій Борисович.

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА З КУРСУ "СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИГНАЛІВ ВИМІРЮВАННЯ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗАЦІЇ" № ВР-01

**Тема:** Дослідження часових та частотних характеристик періодичних сигналів.

### ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Лабораторна робота складається з двох частин. У першій частині проводиться дослідження часових та частотних характеристик періодичних сигналів різної форми. У другій частині проводиться дослідження часових та частотних характеристик періодичних сигналів прямокутної форми з різною прогальністю.

Дослідження виконується за допомогою віртуальних приборів, як то: генератори сигналів, осцилограф та аналізатор енергетичного спектру. Під час проведення роботи виконується моделювання генерації сигналів з подальшою обробкою змодельованих сигналів та візуалізацією результатів обробки. Моделювання та обробка проводяться у середовищі Matlab – Simulink.

### Пакети Matlab і Simulink

Пакет розширення Simulink системи MATLAB є ядром інтерактивного програмного комплексу, призначеного для математичного моделювання лінійних і нелінійних динамічних систем та пристроїв, представлених своєю функціональною блок-схемою, що називається S-модель, або просто модель. Можливі різні варіанти моделювання: в часовій області, в частотній області, з управлінням за подією, на основі спектральних перетворень Фур'є, з використанням методу Монте-Карло (реакція на дії випадкового характеру) та інше.

### Форми представлення періодичного сигналу рядом Фур'є

Періодичний сигнал  $s(t)$  характеризується наступними параметрами:  $T$  – період повторення сигналу  $s(t)$  в часі,  $f = \frac{1}{T}$  – частота зміни сигналу  $s(t)$ ,  $\omega = 2\pi f$  – кругова частота (інші назви: циклічна частота або кутова частота) сигналу  $s(t)$ .

Будь-який періодичний сигнал  $s(t)$  може бути розкладений в ряд Фур'є. Використовуються наступні форми представлення ряду Фур'є:

- синусно-косинусна форма,
- дійсна форма,
- комплексна форма.

### Синусно-косинусна форма

Синусно-косинусна форма представлення періодичного сигналу рядом Фур'є має наступний вигляд:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left( a_k \cos\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) + b_k \sin\left(k \frac{2\pi}{T} t\right) \right) \quad (1)$$

Можна записати і по-іншому:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} (a_k \cos(k\omega t) + b_k \sin(k\omega t)) \quad (2)$$

Тут  $\omega = \frac{2\pi}{T}$  – кругова частота, відповідна періоду повторення сигналу, рівному  $T$ . Частоти  $k\omega$ , що входять у формулу й кратні частоті  $\omega$  називаються гармоніками; гармоніки нумеруються відповідно до індексу  $k$ , частота називається  $k$ -ю гармонікою сигналу. Коливання з номерами  $k = 2, 3, \dots$  зазвичай називають вищими гармоніками. Коефіцієнти ряду  $a_k$  і  $b_k$  розраховуються за формулами:

$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \cos(k\omega t) dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) \sin(k\omega t) dt \quad (3)$$

Константа  $a_0$  розраховується за загальною формулою для  $a_k$ . Ця складова являє собою середнє значення сигналу на періоді:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) dt, \quad (4)$$

Границі інтегрування не обов'язково повинні бути такими, як в наведених вище формулах (від  $-T/2$  до  $T/2$ ). Інтегрування може проводитися з будь-якого інтервалу довжиною  $T$  – результат від цього ніяк не зміниться. Конкретні межі вибираються з міркувань зручності обчислень; наприклад, може виявитися зручніше виконувати інтегрування від  $0$  до  $T$  або від  $-T$  до  $0$ .

Якщо  $s(t)$  є парною функцією, то всі  $b_k$  дорівнюватимуть нулю і в формулі ряду Фур'є будуть присутні тільки косинусні складові. Якщо  $s(t)$  є непарною функцією, дорівнювати нулю будуть, навпаки, косинусні коефіцієнти  $a_k$  і в формулі залишаться лише синусні складові.

### Дійсна форма

Дійсна форма представлення періодичного сигналу рядом Фур'є має такий вигляд:

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k \frac{2\pi}{T} t + \varphi_k) \quad (5)$$

Або та ж сама формула з використанням кругової частоти  $\omega$ :

$$s(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} A_k \cos(k\omega t + \varphi_k) \quad (6)$$

Якщо  $s(t)$  є парною функцією, то фази  $\varphi_k$  можуть приймати тільки значення  $0$  і  $\pi$ , а якщо  $s(t)$  - функція непарна, то можливі значення для фази  $\pm \pi/2$ .

Коефіцієнти синусно-косинусної ( $a_k$  і  $b_k$ ) і дійсної форм (амплітуда  $A_k$  та фаза  $\varphi_k$ ) розкладання періодичного сигналу в ряд Фур'є пов'язані таким чином:

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2} \quad \text{и} \quad \text{tg} \varphi_k = -\frac{b_k}{a_k}, \quad (7)$$

Складова  $\frac{a_0}{2}$  дійсної форми представлення ряду Фур'є являє собою ту ж величину, що і в синусно-косинусній формі, тобто середнє значення сигналу на періоді. Його значення так само розраховується за формулою (4).

### **Комплексна форма**

Комплексна форма представлення періодичного сигналу рядом Фур'є має наступний вигляд:

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{k=+\infty} \dot{C}_k e^{jk\omega t} \quad (8)$$

Комплексні коефіцієнти  $\dot{C}_k$  розкладення Фур'є записуються наступним чином:

$$\dot{C}_k = |\dot{C}_k| e^{j\varphi_k} \quad (9)$$

та розраховуються за формулою:

$$\dot{C}_k = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} s(t) e^{-jk\omega t} dt \quad (10)$$

Коефіцієнт  $\dot{C}_k$  – це комплексного число, яке характеризується його модулем  $|\dot{C}_k|$  та фазою  $\varphi_k$ .

Комплексні коефіцієнти ряду пов'язані з амплітудами  $A_k$ , і фазами  $\varphi_k$ , що фігурують в дійсній формі записи ряду Фур'є, наступними співвідношеннями:

$$\dot{C}_k = \frac{1}{2} A_k e^{j\varphi_k} \quad (11)$$

$$|\dot{C}_k| = \frac{1}{2} A_k, \quad \arg(\dot{C}_k) = \varphi_k$$

Комплексні коефіцієнти ряду пов'язані з коефіцієнтами синусно-косинусної форми ряду Фур'є таким чином:

$$\dot{C}_k = \frac{a_k}{2} - j \frac{b_k}{2} \quad (12)$$

$$a_k = 2\operatorname{Re}(\dot{C}_k), \quad b_k = -2\operatorname{Im}(\dot{C}_k) \quad (13)$$

### Спектральна діаграма періодичного сигналу

Сукупність амплітуд гармонік ряду Фур'є часто називають амплітудним спектром, а сукупність їх фаз – фазовим спектром.

Спектральною діаграмою періодичного сигналу прийнято називати графічне зображення коефіцієнтів ряду Фур'є для конкретного сигналу. Розрізняють амплітудні і фазові спектральні діаграми (рис. 1).

По горизонтальній осі в деякому масштабі відкладені частоти гармонік, а по вертикальній осі представлені їх амплітуди і початкові фази. Для графіків дискретних спектрів періодичних сигналів можливі два варіанти градування горизонтальній осі – в номерах гармонік, або в частотах (звичайних або кутових).

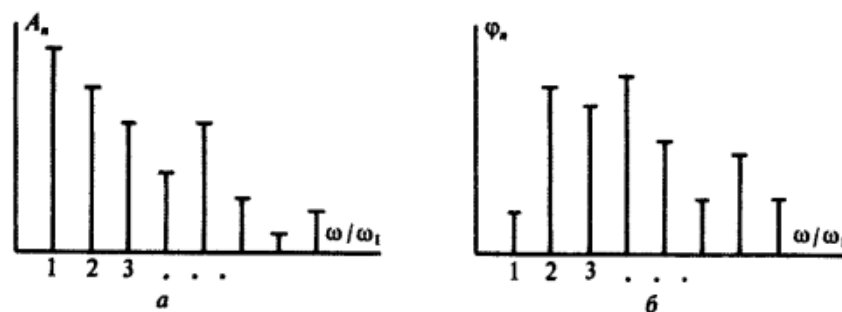


Рис. 1. Спектральні діаграми деякого періодичного сигналу:  
а - амплітудна; б - фазова

Різні сигнали розрізняються перш за все швидкістю зменшення амплітудних коефіцієнтів з ростом номера гармонік.

### Приклади розкладання періодичних сигналів в ряд Фур'є

#### Послідовність прямокутних імпульсів

Розглянемо послідовність прямокутних імпульсів з амплітудою  $A$ , тривалістю  $\tau$  і періодом повторення  $T$  (рис. 2). Відношення періоду до тривалості імпульсів називають прогальністю послідовності імпульсів і позначають буквою  $q$ :  $q = T/\tau$ . Прийmemo, що початок відліку часу розташований в середині імпульсу.

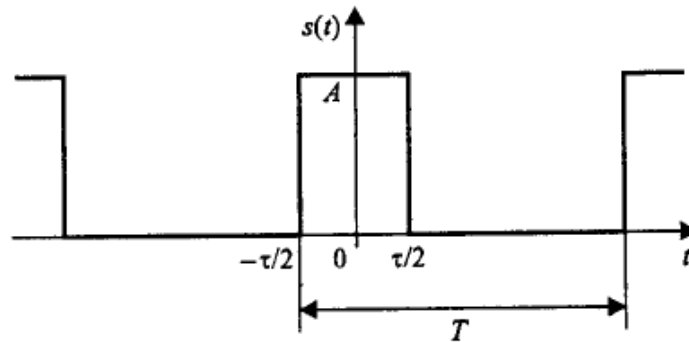


Рис. 2 Періодична послідовність прямокутних імпульсів

Даний сигнал є парною функцією, тому в синусно-косинусній формі ряду Фур'є будуть присутні лише косинусні складові  $a_k$ , рівні

$$a_k = \frac{2A}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k \tau}{T}\right) = \frac{2A}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k}{q}\right) \quad (14)$$

Нульовий коефіцієнт ряду, тобто постійна складова сигналу визначається формулою:

$$\frac{a_0}{2} = \frac{A}{q} = \frac{A\tau}{T} \quad (15)$$

Таким чином, представлення послідовності прямокутних імпульсів у рядом Фур'є має вигляд:

$$s(t) = \frac{A}{q} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2A}{\pi k} \sin\left(\frac{\pi k}{q}\right) \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) \quad (16)$$

Амплітуди гармонійних складових ряду залежать від номера гармоніки за законом  $\frac{\sin x}{x}$  (рис. 3).

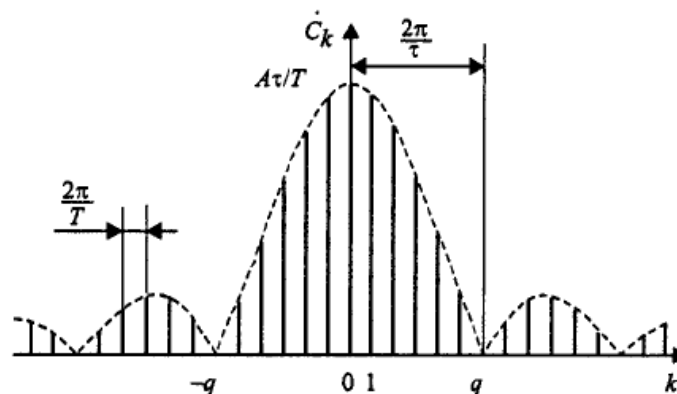


Рис. 3 Коефіцієнти ряду Фур'є для послідовності прямокутних імпульсів

## Меандр

Важливим окремим випадком прямокутного сигналу є меандр – послідовність прямокутних імпульсів з прогальністю, що дорівнює двом, коли тривалості імпульсів і проміжків між ними стають рівними (рис. 4).

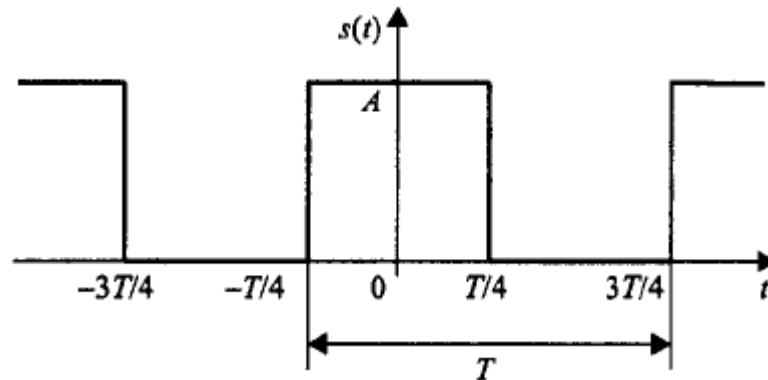


Рис. 4 Меандр

Підставивши  $q = 2$  в формулу (14), отримаємо

$$a_k = A \frac{\sin(\pi k/2)}{\pi k/2} = \begin{cases} A, & k = 0 \\ 0, & k = 2m, \quad m \neq 0 \\ \frac{2A}{\pi k}, & k = 4m + 1 \\ -\frac{2A}{\pi k}, & k = 4m - 1 \end{cases} \quad (17)$$

Тут  $m$  – довільне ціле число.

Таким чином, в спектрі меандру присутні тільки непарні косинусоїдальні гармоніки. Подання меандру у вигляді ряду Фур'є може бути записано таким чином:

$$s(t) = \frac{A}{2} + \frac{2A}{\pi} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) - \frac{1}{3} \cos\left(3\frac{2\pi}{T}t\right) + \frac{1}{5} \cos\left(5\frac{2\pi}{T}t\right) - \dots \right) \quad (18)$$

Гармонійні складові, з яких складається меандр, мають амплітуди, обернено пропорційні номерами гармонік. Знаки складових чергуються.

## Пилкоподібний сигнал

Пилкоподібний сигнал в межах періоду описується лінійною функцією:



$$s(t) = \frac{2A}{T}(t - kT), \quad \left(k - \frac{1}{2}\right)T < t \leq \left(k + \frac{1}{2}\right)T \quad (19)$$

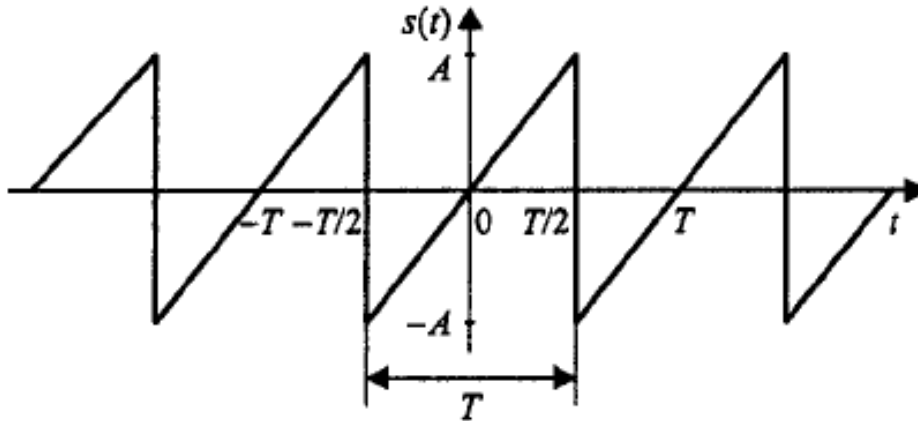


Рис. 5 Пилкоподібний сигнал

Даний сигнал є непарною функцією, тому його ряд Фур'є в синусно-косинусній формі буде містити тільки синусні складові:

$$b_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{2A}{T} t \sin\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt = -\frac{2A}{\pi k} (-1)^k \quad (20)$$

Сам ряд Фур'є для пилоподібного сигналу виглядає наступним чином:

$$s(t) = \frac{2A}{\pi} \left( \sin\left(\frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{2} \sin\left(2 \frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{3} \sin\left(3 \frac{2\pi}{T} t\right) - \frac{1}{4} \sin\left(4 \frac{2\pi}{T} t\right) + \dots \right) \quad (21)$$

### Послідовність трикутних імпульсів

В послідовності трикутних імпульсів імпульси мають трикутну симетричну форму (рис. 6):

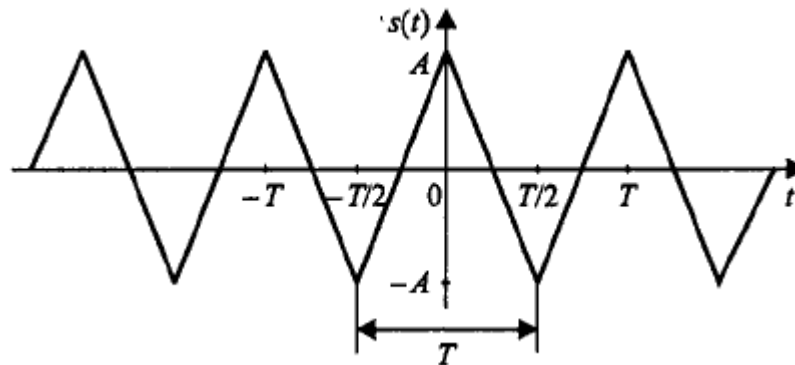


Рис. 6 Послідовність трикутних імпульсів


Сигнал є парною функцією, тому в синусно-косинусній формі ряду Фур'є будуть присутні тільки косинусні складові:

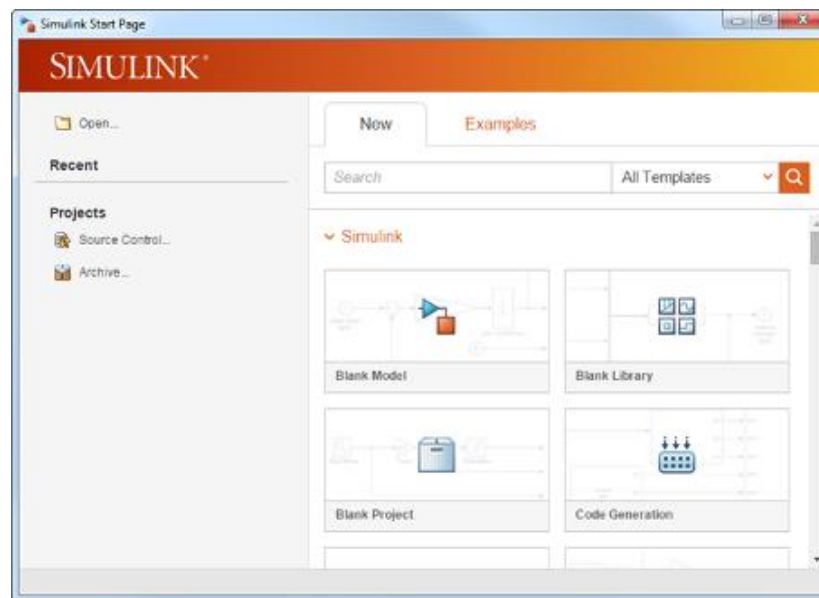
$$a_k = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} A \left(1 - 4 \frac{|t|}{T}\right) \cos\left(\frac{2\pi k}{T} t\right) dt = \frac{4A}{(\pi k)^2} \left(1 - (-1)^k\right) = \begin{cases} 0, & k = 2m \\ \frac{8A}{(\pi k)^2}, & k = 2m+1 \end{cases} \quad (22)$$

Як і в разі меандру, тут присутні тільки непарні косинусоїдальні гармоніки. Сам ряд Фур'є має наступний вигляд:

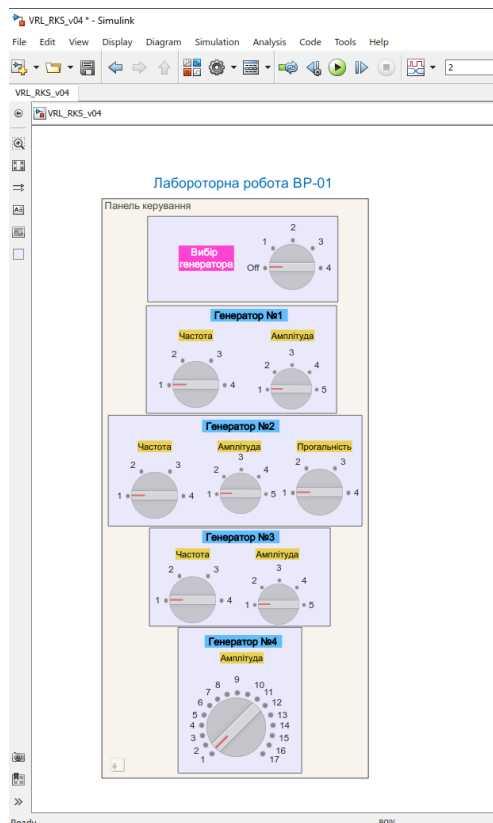
$$s(t) = \frac{8A}{\pi^2} \left( \cos\left(\frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{3^2} \cos\left(3 \frac{2\pi}{T} t\right) + \frac{1}{5^2} \cos\left(5 \frac{2\pi}{T} t\right) + \dots \right) \quad (23)$$

## ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

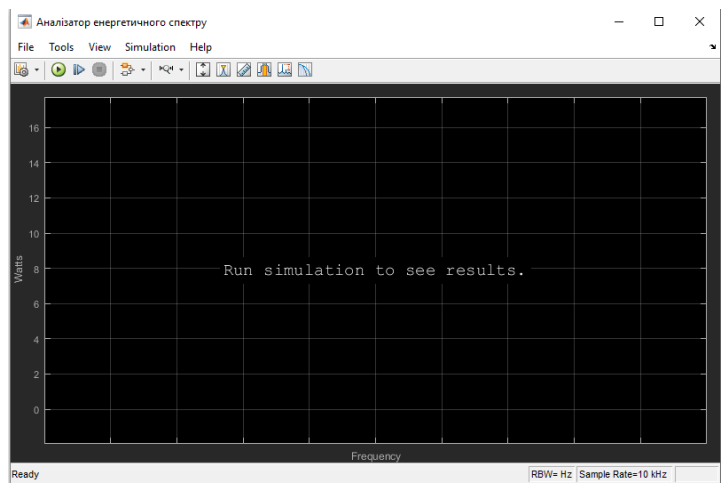
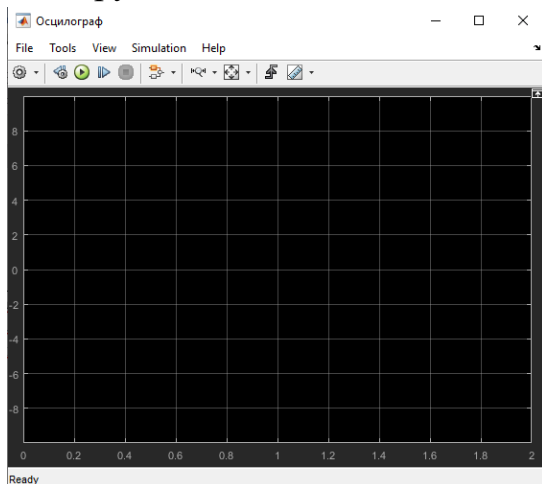
1. Загрузити та розмістити файл `VRL_RKS_BP01_v04.slx` у папку, шлях до якої є текстом з виключно латинськими літерами.
2. Запустити MATLAB.
3. У рядку інструментів MATLAB натисніть і відпустіть кнопку Simulink . При першому запуску Simulink відбувається невелика затримка.
4. Відкриється початкове вікно Simulink.



5. Оберіть опцію «Open» та відкрийте файл `VRL_RKS_v03.slx`
6. Відкриється вікно, в якому знаходиться панель керування.




Одночасно відкриваються вікна «Осцилограф» та «Аналізатор енергетичного спектру»:



7. Розташуйте ці три вікна таким чином, щоби всіх їх було видно одночасно.
8. Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанта відповідає порядковому номеру прізвища студента у списку групи.

### **Перша частина. Дослідження часових та частотних характеристик періодичних сигналів різної форми.**

1. Виберіть перший генератор.
2. Проведіть експеримент №1-1, для чого встановіть регулятори цього генератора «Частота» і «Амплітуда» в положення, вказане в першому рядку вашого варіанту таблиці 1.
3. На панелі керування Simulink натисніть та відпустіть кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікні «Осцилограф» з'являється осцилограма сигналу, згенерованого генератором. У вікні «Аналізатор енергетичного спектру» з'являється енергетичний спектр сигналу – розподіл потужності сигналу по окремим гармонікам.
4. Використовуючи осцилограму сигналу визначить часові характеристики сигналу: вид (форма) сигналу (гармонійний, прямокутний, меандр, пилкоподібний, трикутний), амплітуда, період, частота сигналу.
5. Використовуючи енергетичний спектр сигналу визначить частотні характеристики сигналу: частоти (звичайну та кутову) та номери гармонік, з яких складається сигнал, а також потужність сигналу, яка припадає на кожну з цих гармонік. Кількість гармонік, які заноситься в таблицю, відповідає кількості гармонік, які спостерігаються в спектрі сигналу, проте не більше 10-ти. Використовуючи значення цих потужностей розрахуйте амплітуди знайдених гармонік.
6. Створить таблицю за зразком таблиці 2. Занесіть отримані дані в таблицю.

7. За експериментальними даними побудуйте графік залежності амплітуд гармонік від їх номеру та частоти.
8. Проведіть експеримент №1-2, для чого встановіть регулятори цього генератора «Частота» і «Амплітуда» в положення, вказане в другому рядку вашого варіанту таблиці 1. Виконайте дії за пунктами 3-7.
9. Проведіть експеримент №1-3, для чого встановіть регулятори цього генератора «Частота» і «Амплітуда» в положення, вказане в третьому рядку вашого варіанту таблиці 1. Виконайте дії за пунктами 3-7.
10. Порівняйте данні, отримані в трьох експериментах, зробіть висновок щодо ступню схожості спектрів сигналів та назвіть причину їх схожості, або відмінності.
11. Виберіть другий генератор.
12. Проведіть експерименти №2-1, №2-2, №2-3, для чого виконайте дії за пунктами 2-10. Під час проведення цих експериментів регулятор другого генератора «Прогальність» має знаходитися в положенні 1.
13. Виберіть третій генератор.
14. Проведіть експерименти №3-1, №3-2, №3-3, для чого виконайте дії за пунктами 2-10.
15. Виберіть четвертий генератор.
16. Проведіть експеримент №4, для чого виконайте дії за пунктами 3-7. Під час проведення цих експериментів регулятор другого генератора «Амплітуда» має знаходитися в положенні, зазначеному в рядку вашого варіанту таблиці 1 для Генератора №4.


*Положення регуляторів для різних варіантів виконання роботи Таблиця 1*

Варіант	Генератор №1, №2, №3		Генератор №2	Генератор №4
	Частота	Амплітуда	Прогальність	Амплітуда
1	4	4	1	1
	1	5	1	
	2	1	1	
2	2	5	1	2
	3	1	1	
	4	2	1	
3	1	3	1	3
	2	4	1	
	3	5	1	
4	3	5	1	4
	4	1	1	
	1	2	1	
5	3	1	1	5
	4	2	1	
	1	3	1	

6	4	2	1	6
	1	3	1	
	2	4	1	
7	2	2	1	7
	3	3	1	
	4	4	1	
8	2	3	1	8
	3	4	1	
	4	5	1	
9	3	4	1	9
	4	5	1	
	1	1	1	
10	1	5	1	10
	2	1	1	
	3	2	1	
11	1	1	1	11
	2	2	1	
	3	3	1	
12	4	1	1	12
	1	2	1	
	2	3	1	
13	2	4	1	13
	3	5	1	
	4	1	1	
14	1	2	1	14
	2	3	1	
	3	4	1	
15	3	3	1	15
	4	4	1	
	1	5	1	
16	3	2	1	16
	4	3	1	
	1	4	1	
17	2	1	1	17
	3	2	1	
	4	3	1	
18	4	5	1	1
	1	1	1	
	2	2	1	
19	1	4	1	2
	2	5	1	
	3	1	1	
20	4	3	1	3
	1	4	1	
	2	5	1	

## **Друга частина. Дослідження часових та частотних характеристик періодичних сигналів прямокутної форми з різною прогальністю**

---

1. Виберіть другий генератор. Встановіть регулятори другого генератора «Частота» і «Амплітуда» в положення «1».
2. Проведіть експеримент №5-1, для чого встановіть регулятор другого генератора «Прогальність» в положення «1».
3. На панелі керування Simulink натисніть та відпустіть кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікні «Осцилограф» з'являється осцилограма сигналу, згенерованого генератором. У вікні «Аналізатор енергетичного спектру» з'являється енергетичний спектр сигналу – розподіл потужності сигналу по окремим гармонікам.
4. Використовуючи осцилограму сигналу визначить часові характеристики сигналу: вид (форма) сигналу, амплітуда, період, частота сигналу, тривалість імпульсу.
5. За отриманими даними оцініть процент заповнюваності сигналу імпульсом та прогальність сигналу. «Заповнюваність» та «прогальність» є оберненими величинами одна до іншої. Зазвичай заповнюваність виміряють у відсотках.
6. Використовуючи енергетичний спектр сигналу визначить частотні характеристики сигналу: частоти (звичайну та кутову) та номери гармонік, з яких складається сигнал, а також потужність сигналу, яка припадає на кожну з цих гармонік. Кількість гармонік, які заноситься в таблицю, відповідає кількості гармонік, які спостерігаються в спектрі сигналу, проте не більше 10-ти. Використовуючи значення цих потужностей розрахуйте амплітуди знайдених гармонік.
7. Створить таблицю за зразком таблиці 3. Занесіть отримані дані в таблицю.
8. За експериментальними даними побудуйте графік залежності амплітуд гармонік від їх номеру та частоти.
9. Проведіть експеримент №5-2, для чого не міняючи положення регуляторів «Частота» і «Амплітуда» встановіть регулятор другого генератора «Прогальність» в положення «2». Виконайте дії за пунктами 3-8.
10. Проведіть експеримент №5-3, для чого не міняючи положення регуляторів «Частота» і «Амплітуда» встановіть регулятор другого генератора «Прогальність» в положення «3». Виконайте дії за пунктами 3-8.
11. Проведіть експеримент №5-4, для чого не міняючи положення регуляторів «Частота» і «Амплітуда» встановіть регулятор другого генератора «Прогальність» в положення «4». Виконайте дії за пунктами 3-8. Кількість гармонік, які заноситься в таблицю, відповідає кількості гармонік, які спостерігаються в спектрі сигналу, проте не більше 20-ти.
12. Порівняйте данні, отримані в трьох експериментах, зробіть висновок щодо ступню схожості спектрів сигналів та назвіть причину їх схожості, або відмінності.

**ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ**

Результати оформити у вигляді звіту.

У звіті щодо першої частини лабораторної роботи мають бути зібрані результати проведення експериментів №1-1, №1-2, №1-3, №2-1, №2-2, №2-3, №3-1, №3-2, №3-3, №4, оформлені за зразком таблиці 2.

Таблиця 2

Номер експерименту:		Номер генератора:		
Положення регулятора "Частота":		Положення регулятора "Амплітуда":	Положення регулятора "Прогальність":	
<b>Дані вимірювання часових характеристик сигналу за допомогою осцилографа</b>				
Вид (форма) сигналу:				
Амплітуда, В =		Період, с =	Частота, Гц =	
<b>Дані вимірювання спектральних характеристик сигналу за допомогою аналізатора енергетичного спектру</b>				
Експериментальні дані				
Номер гармоніки	Частота, Гц	Кутова частота, рад/сек	Потужність, Вт	Амплітуда, В
Постійна складова	0	0		
1				
2				
....				
10				
Висновок за результатами порівняння експериментальних даних:				

У звіті щодо другої частини лабораторної роботи мають бути зібрані результати проведення експериментів №5-1, №5-2, №5-3, №5-4, оформлені за зразком таблиці 3.



Таблиця 3

Номер експерименту:				Номер генератора:	
Положення регулятора "Частота":		Положення регулятора "Амплітуда":		Положення регулятора "Прогальність":	
<b>Дані вимірювання часових характеристик сигналу за допомогою осцилографа</b>					
Вид (форма) сигналу:					
Амплітуда, В =		Період, с =		Частота, Гц =	
Тривалість імпульсу, с =		Заповнення, %		Прогальність =	
<b>Дані вимірювання спектральних характеристик сигналу за допомогою аналізатора енергетичного спектру</b>					
Експериментальні дані					
Номер гармоніки	Частота, Гц	Кутова частота, рад/сек	Потужність, Вт	Амплітуда, В	
Постійна складова	0	0			
1					
2					
....					
20					
Висновок за результатами порівняння експериментальних даних:					

## ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА З КУРСУ "СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИГНАЛІВ ВИМІРЮВАННЯ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗАЦІЇ" № ВР-02

**Тема:** Дослідження властивостей перетворення Фур'є.

### ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Лабораторна робота складається з чотирьох частин. У першій частині проводиться дослідження властивості лінійності перетворення Фур'є шляхом порівняння спектрів сигналу, отриманих до та після множення сигналу на постійний коефіцієнт. В другій частині проводиться дослідження властивості лінійності перетворення Фур'є шляхом порівняння спектру суми сигналів з спектрами складових сигналів. Третя частина присвячена дослідженню властивості перетворення Фур'є щодо зміни масштабу осі часу, а в четвертій досліджуються властивості перетворення Фур'є щодо множення сигналу на гармонійну функцію

Дослідження виконується за допомогою віртуальних приборів, як то: генератори сигналів, осцилограф та аналізатор енергетичного спектру. Під час проведення роботи виконується моделювання генерації сигналів з подальшою обробкою змодельованих сигналів та візуалізацією результатів обробки. Моделювання та обробка проводяться у середовищі Matlab – Simulink.

До виконання практичної частини роботи необхідно ознайомитися з теоретичними відомостями щодо перетворення Фур'є та його властивостей, які наведені в розділі «Теоретичні відомості».

### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

#### **Перетворення Фур'є для сигналів**

---

Перетворення Фур'є застосовується до **неперіодичних** сигналів.

Перетворення Фур'є ставить у відповідність сигналу  $s(t)$ , заданому в часі, його спектральну функцію  $\dot{S}(\omega)$ . При цьому здійснюється перехід з часової області в частотну. Перетворення Фур'є є взаємно-однозначним, тому представлення сигналу в частотній області (спектральна функція) містить рівно стільки ж інформації, скільки і сигнал, заданий в часовій області.

Формула прямого перетворення Фур'є:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)e^{-j\omega t} dt \quad (1)$$

$$\text{Вираз} \quad s(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \dot{S}(\omega) e^{j\omega t} d\omega \quad (2)$$

називається зворотним перетворенням Фур'є:

Якщо аналізований сигнал  $s(t)$  – дійсна функція (електричні сигнали – виключно дійсні функції), то відповідна спектральна функція є «сполучено-симетричною» щодо нульової частоти. Це означає, що значення спектральної функції на частотах  $\omega$  і  $-\omega$  є комплексно-сполученими по відношенню один до одного:

$$\dot{S}(-\omega) = S^*(\omega) \quad (3)$$

Якщо  $s(t)$  – парна функція, то, як і в разі ряду Фур'є, спектр буде чисто дійсним. Якщо, навпаки,  $s(t)$  – функція непарна, то спектральна функція буде чисто уявною.

Модуль спектральної функції часто називають *амплітудним* спектром, а її аргумент – *фазовим* спектром. Легко показати, що для матеріального сигналу амплітудний спектр є парною, а фазовий – непарною функцією частоти:

$$\begin{aligned} |\dot{S}(-\omega)| &= |\dot{S}(\omega)| \\ \varphi_s(-\omega) &= -\varphi_s(\omega) \end{aligned} \quad (4)$$

### Перетворення Фур'є для прямокутного імпульсу

Розглянемо прямокутний імпульс, центрований відносно початку відліку часу (рис. 1):

$$s(t) = \begin{cases} A, & |t| \leq \tau/2 \\ 0, & |t| > \tau/2 \end{cases} \quad (5)$$

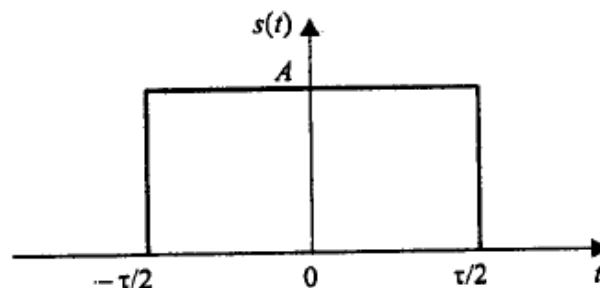


Рис. 1 Прямокутний імпульс

Обчислюємо спектральну функцію:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} A e^{-j\omega t} dt = \frac{A}{-j\omega} e^{-j\omega t} \Big|_{\tau/2}^{-\tau/2} = \frac{2A}{\omega} \sin(\omega\tau/2) = A\tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \quad (6)$$

Таким чином спектральна функція прямокутного імпульсу має вигляд:

$$\dot{S}(\omega) = A\tau \frac{\sin(\omega\tau/2)}{\omega\tau/2} \quad (7)$$

Як видно, спектр являє собою функцію виду  $\frac{\sin x}{x}$  (рис. 2). Амплітудний спектр має пелюстковий характер, і ширина пелюсток дорівнює  $2\pi/\tau$ , тобто обернено пропорційна тривалості імпульсу. Значення спектральної функції на нульовій частоті дорівнює площі імпульсу  $A\tau$ . Спектральна функція є дійсною, тому фазовий спектр приймає лише два значення  $0$  і  $\pi$ , в залежності від знаку функції  $\frac{\sin x}{x}$ . Значення  $\pi$  та  $-\pi$  не розрізняються, проте для фазового спектра при  $\omega > 0$  і  $\omega < 0$  використовуються різні знаки з метою представити фазовий спектр у вигляді непарної функції.

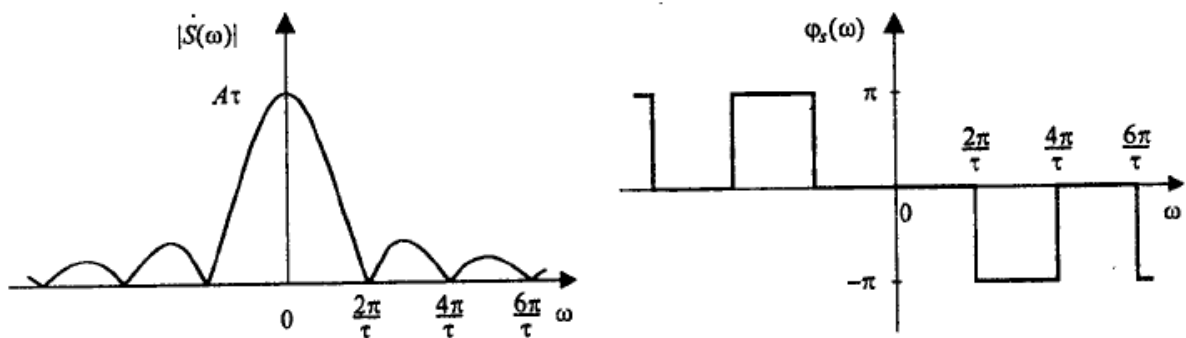


Рис. 2 Амплітудний (зліва) і фазовий (праворуч) спектри прямокутного імпульсу

### Властивості перетворення Фур'є

Під властивостями перетворення Фур'є розуміють взаємну відповідність трансформацій сигналів та їх спектрів. Гарне знання властивостей перетворення Фур'є дозволяє прогнозувати приблизний (а іноді й точний) вигляд спектру сигналу і таким чином контролювати правдоподібність результату, що видається комп'ютером.

Надалі ми будемо розглядати два абстрактних сигнали  $f(t)$  і  $g(t)$ , і будемо вважати, що ці сигнали мають спектральні функції  $\dot{F}(\omega)$  і  $\dot{G}(\omega)$  відповідно.

### Лінійність

Перетворення Фур'є є лінійним інтегральним перетворенням. Лінійність є властивістю перетворення Фур'є. Сенс лінійності можна сформулювати так: спектр суми дорівнює сумі спектрів. Використовуючи мову математики це положення

можна сформулювати наступним чином: лінійна комбінація сигналів має спектр у вигляді такої самої (з тими самими коефіцієнтами) лінійної комбінації їх спектральних функцій. Якщо  $s(t) = \alpha f(t) + \beta g(t)$ , то  $\dot{S}(\omega) = \alpha \dot{F}(\omega) + \beta \dot{G}(\omega)$ .

### Зміна масштабу осі часу

Існує загальне правило: чим коротше сигнал, тим ширше його спектр. Поглянемо на це правило зі строгих теоретичних позицій. Якщо змінити тривалість сигналу  $f(t)$ , зберігаючи його форму, то новий сигнал  $s(t)$  слід записати таким чином:

$$s(t) = f(\alpha t)$$

Якщо  $\alpha > 1$ , то сигнал стискається. Якщо  $\alpha < 1$ , то розтягується. Якщо ж  $\alpha < 0$ , то додатково відбувається дзеркальне відображення сигналу щодо вертикальної осі. Подивимося, як таке перетворення позначається на спектрі:

$$\dot{S}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha t) e^{-j\omega t} dt = \frac{1}{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\alpha t) e^{-j\frac{\omega}{\alpha} \alpha t} d(\alpha t) = \frac{1}{\alpha} \dot{F}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right) \quad (8)$$

Таким чином, зміна тривалості сигналу призводить до зміни ширини спектра в протилежну сторону (аргумент  $t$  на  $\alpha$  множиться, а  $\omega$  ділиться) в поєднанні зі збільшенням (при розтягуванні,  $\alpha < 1$ ), або зменшенням (при стисканні,  $\alpha > 1$ ) рівня спектральних складових.

Отримана формула справедлива для  $\alpha > 0$ . Для  $\alpha < 0$  використання заміни змінної  $t \rightarrow \alpha t$  викликає перестановку границь інтегрування і, як наслідок, зміну знаку в його результаті:

$$\dot{S}(\omega) = -\frac{1}{\alpha} \dot{F}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right), \quad \alpha < 0 \quad (9)$$

Об'єднавши обидва випадки, замість двох формул (8) та (9) можна записати одну формулу

$$\dot{S}(\omega) = \frac{1}{|\alpha|} \dot{F}\left(\frac{\omega}{\alpha}\right), \quad \alpha \neq 0 \quad (10)$$

В окремому випадку, коли  $\alpha = -1$  отримана формула дає наступне:

$$\dot{S}(\omega) = \dot{F}(-\omega) = \dot{F}^*(\omega) \quad (11)$$

Тобто, дзеркальне відображення сигналу відносно початку відліку часу призводить до дзеркального відображення спектру щодо нульової частоти. Для дійсного сигналу (а тільки такі й існують в природі та техніці) це відповідає

комплексному сполученню спектра. Тобто амплітудний спектр не змінюється, а фазовий віддзеркалюється відносно осі ординат.

### Множення сигналу на гармонійну функцію

Помножимо сигнал  $s(t)$ , спектр якого  $\dot{S}(\omega)$  нам відомий, на гармонійну функцію  $g(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$  (рис. 5):

$$f(t) = s(t)g(t) = s(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) \quad (12)$$

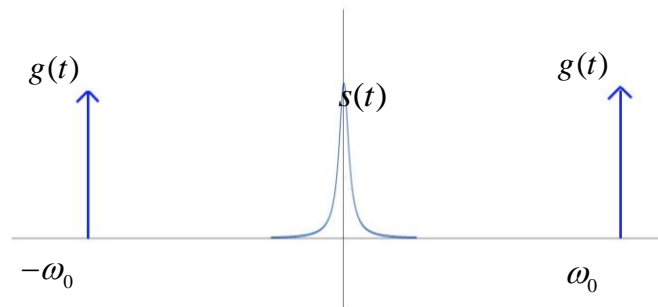


Рис. 5 Спектри сигналу  $s(t)$  та гармонійного сигналу  $g(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$  до перемноження

Знайдемо спектральну функцію  $\dot{F}(\omega)$  нового сигналу  $f(t)$ , який є результатом множення сигналу  $s(t)$  на гармонійну функцію:

$$\begin{aligned} \dot{F}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \cos(\omega_0 t + \varphi_0) e^{-j\omega t} dt = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) \frac{e^{j\omega_0 t + j\varphi_0} + e^{-j\omega_0 t - j\varphi_0}}{2} e^{-j\omega t} dt = \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{j\varphi_0} e^{-j(\omega - \omega_0)t} dt + \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} s(t) e^{-j\varphi_0} e^{-j(\omega + \omega_0)t} dt = \\ &= \frac{1}{2} e^{j\varphi_0} \dot{S}(\omega - \omega_0) + \frac{1}{2} e^{-j\varphi_0} \dot{S}(\omega + \omega_0) \end{aligned} \quad (13)$$

Спектр «роздвоївся» (рис. 6). Він розклався на дві складові вдвічі меншого рівня (множник  $1/2$ ), зміщені вправо  $(\omega - \omega_0)$  і вліво  $(\omega + \omega_0)$  по осі частот на величину  $\omega_0$ . Крім того, при кожній складовій є множник  $e^{j\varphi_0}$ , або  $e^{-j\varphi_0}$ , що враховує початкову фазу  $\varphi_0$  гармонічного коливання.

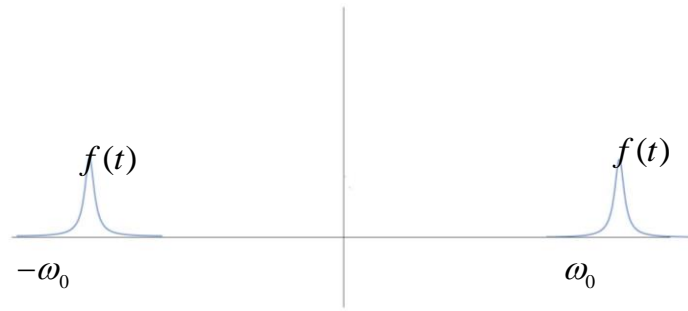


Рис. 6 Спектр сигналу  $f(t)$ , який є результатом множення сигналу  $s(t)$  на гармонійний сигнал  $g(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$

Зазначимо, що радіоімпульси отримуються шляхом множення відповідних відеоімпульсів на гармонійний сигнал  $g(t) = \cos \omega_0 t$ :

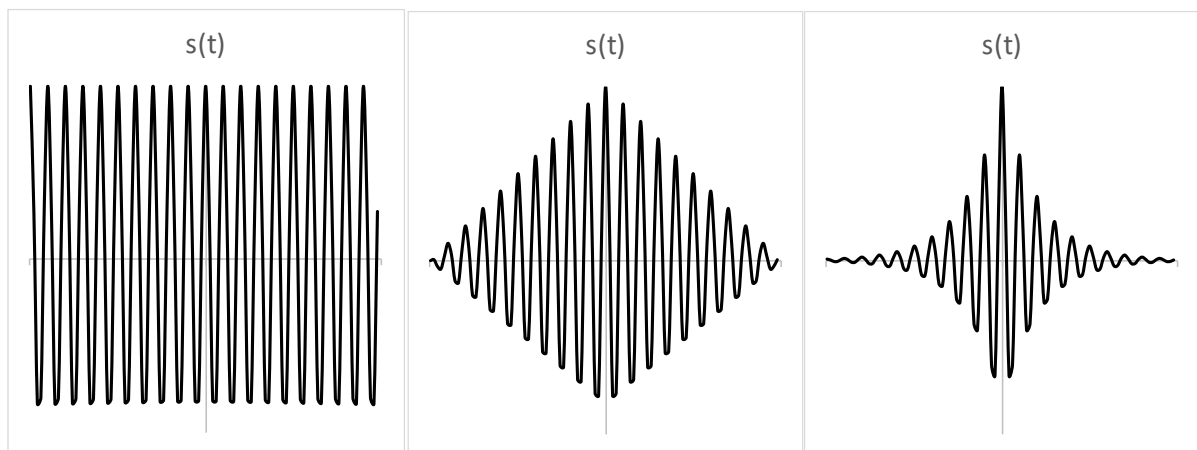

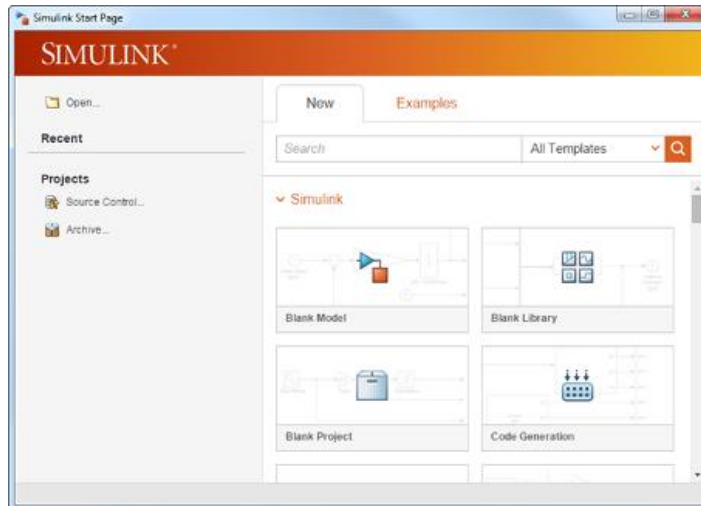


Рис. 7 Радіоімпульси

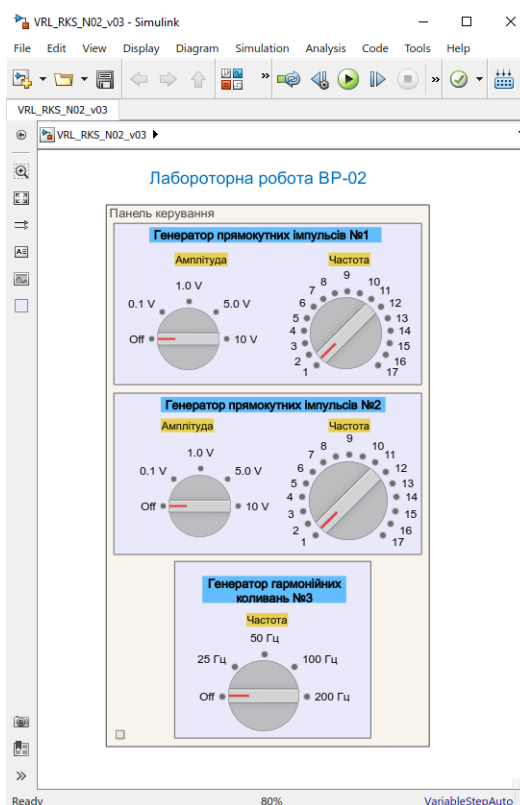
## ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

### 1. Початок роботи

- 1.1. Загрузити та розмістити файл `VRL_RKS_BP02_v03.slx` у папку, шлях до якої є текстом з виключно латинськими літерами.
- 1.2. Запустити MATLAB.
- 1.3. У рядку інструментів MATLAB натисніть і відпустіть кнопку Simulink 
- При першому запуску Simulink відбувається невелика затримка.
- 1.4. Відкриється початкове вікно Simulink.

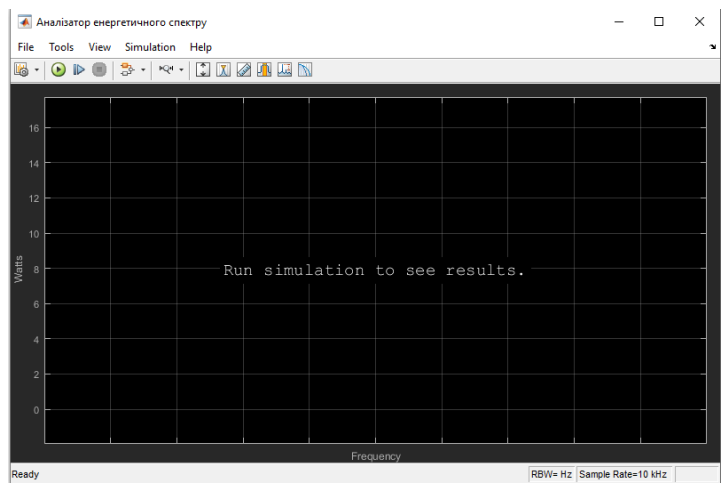
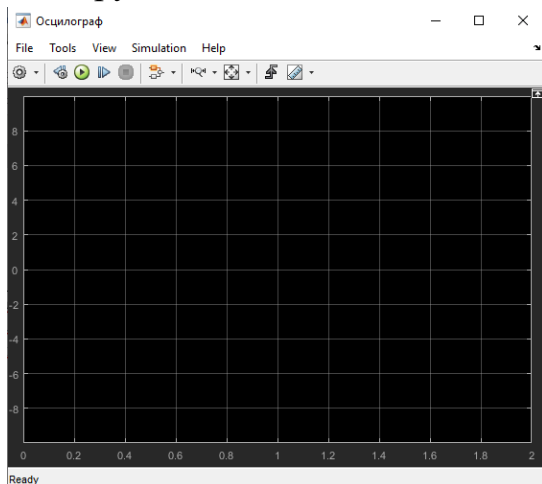


- 1.5. Оберіть опцію «Open» та відкрийте файл `VRL_RKS_BP02_v03.slx`
- 1.6. Відкриється вікно, в якому знаходиться панель керування в її початковому стані.



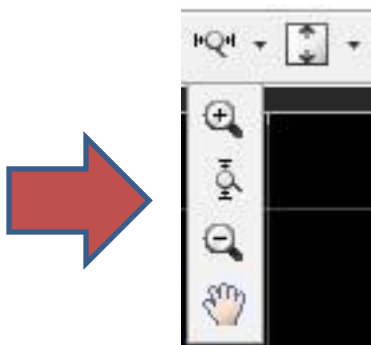


Одночасно відкриваються вікна «Осцилограф» та «Аналізатор енергетичного спектру»:



1.7. Розташуйте ці три вікна таким чином, щоби їх всі було видно одночасно.

1.8. Керування масштабом та переміщення всередині вікон «Осцилограф» та «Аналізатор енергетичного спектру» відбувається:




- за допомогою інструментів, що представлені у рядку інструментів цих вікон;
- за допомогою контекстного меню, яке викликається короткочасним натисканням правої кнопки миші;
- за допомогою «скролінгу», який виконується шляхом прокручування коліщатка миші ;

1.9. Лабораторна робота виконується за варіантами. Номер варіанта відповідає порядковому номеру прізвища студента у списку групи.

## 2. Дослідження властивості лінійності перетворення Фур'є шляхом порівняння спектрів сигналу, отриманих до та після множення сигналу на постійний коефіцієнт.

В цій частині лабораторної роботи двічі виконується множення початкового сигналу  $s(t)$  на певний коефіцієнт  $\alpha$ . В одному випадку сигнал збільшується, в іншому – зменшується. Під час проведення експерименту порівнюється енергетичний спектр початкового сигналу та сигналів, отриманих в результаті множення. Метою лабораторної роботи є дослідження змін у вигляді та в значеннях параметрів спектру сигналу після його множення на коефіцієнт  $\alpha$ , та отримання висновку щодо лінійності або нелінійності перетворення Фур'є.

## Інструкції з виконання роботи

- 2.1. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення 1.0V, а регулятор «Частота» встановіть в положення, яке відповідає номеру вашого варіанта. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 2.2. Створить таблицю за зразком таблиці 3.
- 2.3. На панелі керування Simulink натисніть та відпустіть кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікні «Осцилограф» з'являється осцилограма сигналу, згенерованого генератором. У вікні «Аналізатор енергетичного спектру» з'являється енергетичний спектр сигналу – розподіл потужності сигналу по окремим частотам.
- 2.4. Використовуючи «Осцилограф» зафіксуйте вигляд сигналу та визначить часові характеристики сигналу: амплітуда  $A$ ; тривалість імпульсу  $\tau$ ; значення величини, оберненої до  $\tau$  (тобто  $1/\tau$ ).
- 2.5. Використовуючи «Аналізатор енергетичного спектру» зафіксуйте вигляд енергетичного спектру сигналу, а також визначить значення наступних параметрів:
  - 1) максимум потужності головного, другого та третього пелюстка в спектрі сигналу;
  - 2) максимальну амплітуду головного, другого та третього пелюстка в спектрі сигналу, яку треба розрахувати за відповідним значенням виміряної потужності;
  - 3) частоти, на яких закінчується головний, другий та третій пелюсток спектру сигналу (частоти, на яких енергетичний спектр має практично нульове значення).
- 2.6. Занесіть отримані дані в створену за пунктом 2.2 таблицю у відповідний стовпчик.
- 2.7. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення 0.1V, а регулятор «Частота» встановіть в положення, яке відповідає номеру вашого варіанта. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 2.8. Виконайте дії за пунктами 2.3 – 2.6. Під час виконання пункту 2.5 за експериментальними даними додатково розрахуйте коефіцієнт  $\alpha$ , на який помножується початковий сигнал, та всі вказані співвідношення значень параметрів сигналів, отриманих в результаті множення, до значень параметрів початкового сигналу.
- 2.9. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення 10V, а регулятор «Частота» встановіть в


положення, яке відповідає номеру вашого варіанта. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).

- 2.10. Виконайте дії за пунктами 2.3 – 2.6. Під час виконання пункту 2.5 за експериментальними даними додатково розрахуйте коефіцієнт  $\alpha$ , на який помножується початковий сигнал, та всі вказані співвідношення значень параметрів сигналів, отриманих в результаті множення, до значень параметрів початкового сигналу.
- 2.11. Проаналізуйте вигляд отриманих спектрів сигналів, а також дані у таблиці. Зробіть висновок щодо зміни вигляду та значень параметрів спектру сигналу після його множення на коефіцієнт  $\alpha$ . Зробіть висновок щодо лінійності або нелінійності перетворення Фур'є. Запишіть висновки у таблицю.

### **3. Дослідження властивості лінійності перетворення Фур'є шляхом порівняння спектру суми сигналів з спектрами складових сигналів.**

В цій частині лабораторної роботи складуються два сигнали. Під час проведення експерименту порівнюється енергетичний спектр суми сигналів з спектрами складових сигналів. Метою лабораторної роботи є отримання висновку щодо лінійності або нелінійності перетворення Фур'є.

#### **Інструкції з виконання роботи**

- 3.1. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятори «Амплітуда» і «Частота» в положення, вказані в таблиці 1 для вашого варіанта. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 3.2. Створіть таблицю за зразком таблиці 4.
- 3.3. На панелі керування Simulink натисніть та відпустіть кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікні «Осцилограф» з'являється осцилограма сигналу, згенерованого генератором. У вікні «Аналізатор енергетичного спектру» з'являється енергетичний спектр сигналу – розподіл потужності сигналу по окремим частотам.
- 3.4. Використовуючи «Осцилограф» зафіксуйте вигляд сигналу та визначить амплітуда сигналу.
- 3.5. Використовуючи «Аналізатор енергетичного спектру» зафіксуйте вигляд енергетичного спектру сигналу та визначить:
  - 1) максимум потужності в спектрі сигналу;
  - 2) максимальну амплітуду в спектрі сигналу, яку треба розрахувати за відповідним значенням вимірної потужності.

- 3.6. Занесіть отримані дані в таблицю, створену у пункті 3.2, у відповідний стовпчик.
- 3.7. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення «Off». Для другого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» і «Частота» в положення, вказані в таблиці 1 для вашого варіанту. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 3.8. Виконайте дії за пунктами 3.32.3 – 3.6.
- 3.9. Для першого і другого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятори «Амплітуда» і «Частота» в положення, вказані в таблиці 1 для вашого варіанту. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 3.10. Виконайте дії за пунктами 3.32.3 – 3.6.
- 3.11. Проаналізуйте вигляд отриманих спектрів сигналів, а також дані у таблиці. З якісної точки зору (тобто без використання числових значень, як то кажуть «на погляд») зробіть висновок щодо співвідношення між спектром суми сигналів та спектрів складових сигналів. З кількісної точки зору (тобто на основі отриманих числових значень) зробіть висновок щодо співвідношення між амплітудами сигналів у часовій області та максимальними амплітудами спектрів сигналів у частотній області. На основі аналізу з якісної та кількісної точки зору зробіть остаточний висновок щодо лінійності або нелінійності перетворення Фур'є. Запишіть висновки у таблицю.

*Дані для варіантів виконання дослідження властивості лінійності перетворення Фур'є шляхом порівняння спектру суми сигналів з спектрами складових сигналів*

Таблиця 1


№ варіанту	Перший генератор		Другий генератор	
	Регулятор «Амплітуда»	Регулятор «Частота»	Регулятор «Амплітуда»	Регулятор «Частота»
1	1.0 V	1	10 V	8
2	5.0 V	8	1.0 V	3
3	1.0 V	3	10 V	13
4	1.0 V	5	5.0 V	13
5	1.0 V	4	5.0 V	11
6	5.0 V	17	1.0 V	7
7	1.0 V	1	5.0 V	4
8	1.0 V	2	10 V	11
9	1.0 V	7	5.0 V	16
10	1.0 V	4	10 V	17
11	1.0 V	8	5.0 V	17
12	5.0 V	13	1.0 V	4
13	5.0 V	5	1.0 V	1

14	1.0 V	3	5.0 V	7
15	5.0 V	15	1.0 V	6
16	1.0 V	6	5.0 V	14
17	1.0 V	7	5.0 V	17

#### 4. Дослідження властивості перетворення Фур'є щодо зміни масштабу осі часу

В цій частині лабораторної роботи проводиться масштабування сигналу по осі часу  $s(t) = f(\alpha t)$ , де  $\alpha$  – масштабний коефіцієнт. Під час проведення експерименту порівнюється енергетичний спектр сигналу до та після зміни масштабу по осі часу. Одночасно з дослідженням властивостей перетворення Фур'є вивчаються відмінності в спектрах швидких та повільних сигналів на прикладі спектрів прямокутних імпульсів різної тривалості.

##### Інструкції з виконання роботи

- 4.1. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення 1.0V, а регулятор «Частота» в основне положення, вказане в таблиці 2 для вашого варіанту. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 4.2. Створить таблицю за зразком таблиці 5.
- 4.3. На панелі керування Simulink натисніть та відпустіть кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікні «Осцилограф» з'являється осцилограма сигналу, згенерованого генератором. У вікні «Аналізатор енергетичного спектру» з'являється енергетичний спектр сигналу – розподіл потужності сигналу по окремим частотам.
- 4.4. Використовуючи «Осцилограф» зафіксуйте вигляд сигналу та визначить часові характеристики сигналу: амплітуда  $A$ ; тривалість імпульсу  $\tau$ ; значення величини, оберненої до  $\tau$  (тобто  $1/\tau$ ).
- 4.5. Використовуючи «Аналізатор енергетичного спектру» зафіксуйте вигляд енергетичного спектру сигналу, а також визначить значення наступних параметрів:
  - 1) максимум потужності головного пелюстка в спектрі сигналу;
  - 2) максимальну амплітуду головного пелюстка в спектрі сигналу, яку треба розрахувати за відповідним значенням виміряної потужності;
  - 3) частоту, на якій закінчується головний пелюсток спектру сигналу (найменша частота, на якій енергетичний спектр має практично нульове значення).

- 4.6. Занесіть отримані дані в створену за пунктом 4.2 таблицю у відповідний стовпчик.
- 4.7. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення  $1.0V$ , а регулятор «Частота» в перше положення, вказане в таблиці 2 для вашого варіанту. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 4.8. Виконайте дії за пунктами 2.3 4.3 – 4.6.
- 4.9. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення  $1.0V$ , а регулятор «Частота» в друге положення, вказане в таблиці 2 для вашого варіанту. Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 4.10. Виконайте дії за пунктами 2.3 4.3 – 4.6.
- 4.11. Проаналізуйте вигляд отриманих спектрів сигналів, а також дані у таблиці. Сформулюйте висновок щодо зміни значень частотних параметрів сигналу в залежності від тривалості сигналу  $\tau$  (вказати які параметри як саме змінюються та в якому співвідношенні до тривалості сигналу  $\tau$ ). Сформулюйте висновок щодо зміни значень частотних параметрів сигналу в залежності від тривалості сигналу  $\tau$  (вказати які параметри як саме змінюються та в якому співвідношенні до тривалості сигналу  $\tau$ ).

*Дані для варіантів виконання дослідження властивості лінійності перетворення Фур'є щодо зміни масштабу осі часу*



Таблиця 2

№ варіанту	Положення регулятора «Частота» першого генератора		
	Основне положення	Перше положення	Друге положення
1	7	1	11
2	7	1	14
3	7	1	16
4	7	1	17
5	7	2	11
6	7	2	14
7	7	2	16
8	7	2	17
9	7	3	11
10	7	3	14
11	7	3	16
12	7	3	17
13	7	4	11
14	7	4	14
15	7	4	16
16	7	4	17
17	7	1	15

## 5. Дослідження властивості перетворення Фур'є щодо множення сигналу на гармонійну функцію

В цій частині лабораторної роботи проводиться множення сигналу  $s(t)$  на гармонійну функцію  $g(t) = \cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ :  $f(t) = s(t)g(t) = s(t)\cos(\omega_0 t + \varphi_0)$ . Під час проведення експерименту порівнюється енергетичний спектр сигналу до ( $s(t)$ ) та після ( $f(t)$ ) його множення на гармонійну функцію  $g(t)$ .

### Інструкції з виконання роботи

- 5.1. Для першого генератора прямокутних імпульсів встановіть регулятор «Амплітуда» в положення 1.0V, а регулятор «Частота» в положення «1». Всі інші органи керування мають знаходитись в положенні, яке відповідає початковому стану панелі керування (п. 1.6).
- 5.2. Створить таблицю за зразком таблиці 6.
- 5.3. На панелі керування Simulink натисніть та відпустить кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікні «Осцилограф» з'являється осцилограма сигналу, згенерованого генератором. У вікні «Аналізатор енергетичного спектру» з'являється енергетичний спектр сигналу – розподіл потужності сигналу по окремим частотам.
- 5.4. Використовуючи «Осцилограф» зафіксуйте вигляд сигналу.
- 5.5. Використовуючи «Аналізатор енергетичного спектру» зафіксуйте вигляд енергетичного спектру сигналу та визначить ширину головного пелюстка – тобто частоту, на якій закінчується головний пелюсток спектру сигналу (найменша частота, на якій енергетичний спектр має практично нульове значення).
- 5.6. Занесіть отримані дані в створену за пунктом 5.2 таблицю у відповідний стовпчик.
- 5.7. Встановіть регулятор «Частота» генератора гармонійних коливань в положення «25 Гц».
- 5.8. На панелі керування Simulink натисніть та відпустить кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікні «Осцилограф» з'являється осцилограма сигналу, згенерованого генератором. У вікні «Аналізатор енергетичного спектру» з'являється енергетичний спектр сигналу – розподіл потужності сигналу по окремим частотам.
- 5.9. Використовуючи «Осцилограф» зафіксуйте вигляд сигналу. Знайдіть частоту опорного гармонійного коливання.
- 5.10. Використовуючи «Аналізатор енергетичного спектру» зафіксуйте вигляд енергетичного спектру сигналу та визначить наступні параметри:
  - 1) основну частоту сигналу, тобто центральну частоту, навколо якої розташовано спектр сигналу;

- 2) ефективну ширину спектру сигналу, тобто ширину смуги частот, в якій знаходиться головний пелюсток спектру сигналу (абсолютне значення різниці між частотою, на якій починається головний пелюсток, і частотою, на якій він закінчується).

5.11. Занесіть отримані дані в створену за пунктом 5.2 таблицю у відповідний стовпчик.

5.12. Послідовно встановіть регулятор «Частота» генератора гармонійних коливань в положення «50 Гц», «100 Гц», «200 Гц». Під час знаходження регулятора в кожному з вказаних положень виконайте дії за пунктами 2.3 5.8 –5.11.

5.13. Проаналізуйте вигляд отриманих спектрів сигналів, а також дані у таблиці. Сформулюйте такі висновки:

- 1) щодо змін у спектрі сигналу після його множення на гармонійний сигнал;
- 2) щодо співвідношення між значенням частоти опорного гармонійного коливання та значенням основної частоти спектру сигналу після множення сигналу на опорне гармонійне коливання;
- 3) щодо співвідношення між шириною головного пелюстка початкового сигналу та ефективною шириною спектру сигналу, який отримано після множення початкового сигналу на гармонійне коливання;
- 4) щодо зв'язку між властивостями перетворення Фур'є щодо множення сигналу на гармонійну функцію та амплітудною модуляцією сигналів (з використанням назв сигналів в термінах модуляції).



**ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ**

Результати виконання лабораторної роботи оформити у вигляді звіту.

Нижче наведено зразки таблиць (таблиці 3–6) для оформлення результатів різних видів досліджень.

Результати дослідження лінійності перетворення Фур'є шляхом порівняння спектрів сигналу, отриманих до та після множення сигналу на постійний коефіцієнт

Таблиця 3

Параметр	Положення регулятора «Амплітуда» 1.0 V	Положення регулятора «Амплітуда» 0.1 V	Співвідношення до сигналу з амплітудою 1.0 V	Положення регулятора «Амплітуда» 10 V	Співвідношення до сигналу з амплітудою 1.0 V
Амплітуда сигналу, В			$\alpha =$		$\alpha =$
Тривалість імпульсу, с					
Величина, обернена до тривалості імпульсу, Гц					
Частота закінчення головного пелюстка, Гц					
Частота закінчення другого пелюстка, Гц					
Частота закінчення третього пелюстка, Гц					
Максимум потужності головного пелюстка, Вт					
Максимальна амплітуда головного пелюстка, В					
Максимум потужності другого пелюстка, Вт					
Максимальна амплітуда другого пелюстка, В					
Максимум потужності третього пелюстка, Вт					
Максимальна амплітуда третього пелюстка, В					
Висновок щодо зміни вигляду спектру сигналу					
Висновок щодо зміни значень частотних параметрів сигналу після					

його множення (вказати, які параметри не змінюються, а які параметри змінюються та в якому саме співвідношенні і чи помітно який-небудь зв'язок зі значенням коефіцієнту множення $\alpha$ )	
Висновок щодо лінійності або нелінійності перетворення Фур'є	

Результати дослідження лінійності перетворення Фур'є шляхом порівняння спектру суми сигналів з спектрами складових сигналів

Таблиця 4

Параметр	Сигнал від першого генератору	Сигнал від першого генератору	Сума сигналів
Амплітуда сигналу, В			
Максимальна потужність в спектрі сигналу, Вт			
Максимальна амплітуда в спектрі сигналу, В			
Висновок щодо зміни вигляду спектру сигналу			
Висновок щодо співвідношення амплітуд в часовій області та в частотній області			
Висновок щодо лінійності або нелінійності перетворення Фур'є			

Результати дослідження лінійності перетворення Фур'є щодо зміни масштабу осі часу

Таблиця 5

Параметр	Основне положення регулятора «Частота»	Перше положення регулятора «Частота»	Співвідношення до основного сигналу	Друге положення регулятора «Частота»	Співвідношення до основного сигналу
Амплітуда сигналу, В					
Тривалість імпульсу, с			$\alpha =$		$\alpha =$
Величина, обернена до тривалості імпульсу, Гц					

Частота закінчення головного пелюстка, Гц					
Максимум потужності головного пелюстка, Вт					
Максимальна амплітуда головного пелюстка, В					
Висновок щодо зміни значень частотних параметрів сигналу після його масштабування по осі часу з коефіцієнтом $\alpha$ (вказати які параметри як змінюються та в якому саме співвідношенні до значення коефіцієнту масштабування $\alpha$ )					
Висновок щодо зміни значень частотних параметрів сигналу в залежності від тривалості сигналу $\tau$ (вказати які параметри як саме змінюються та в якому співвідношенні до тривалості сигналу $\tau$ )					

Результати дослідження властивості перетворення Фур'є щодо множення сигналу на гармонійну функцію

Таблиця 6

Параметр	Початковий сигнал	Частота гармонійного коливання 25 Гц	Частота гармонійного коливання 50 Гц	Частота гармонійного коливання 100 Гц	Частота гармонійного коливання 200 Гц
Частота опорного гармонійного коливання, Гц (за осцилограмою)	—				
Основна частота спектру сигналу, Гц (за аналізатором спектру)	—				
Ширина головного пелюстка, Гц			—	—	—
Ефективна ширина спектру сигналу, Гц	—				
Висновок щодо змін у спектрі сигналу після його множення на гармонійний сигнал					

<p>Висновок щодо співвідношення між значенням частоти опорного гармонійного коливання та значенням основної частоти спектру сигналу після множення сигналу на опорне гармонійне коливання.</p>	
<p>Висновок щодо співвідношення між шириною головного пелюстка початкового сигналу та ефективною шириною спектру сигналу, який отримано після множення початкового сигналу на гармонійне коливання.</p>	
<p>Висновок щодо зв'язку між властивостями перетворення Фур'є щодо множення сигналу на гармонійну функцію та амплітудною модуляцією сигналів (з використанням назв сигналів в термінах модуляції)</p>	

## ЛАБОРАТОРНА РАБОТА З КУРСУ "СПЕКТРАЛЬНИЙ АНАЛІЗ СИГНАЛІВ ВИМІРЮВАННЯ В СИСТЕМАХ АВТОМАТИЗАЦІЇ" № ВР-03

**Тема:** Проходження детермінованих сигналів через лінійні кола

### ЗАГАЛЬНІ ВІДОМОСТІ

Лабораторна робота складається з трьох частин. У першій частині проводиться дослідження реакції лінійних кіл різного типу на прямокутний сигнал (меандр) в залежності від частоти сигналу на вході. Досліджуються ідеальна інтегруюча ланка, ідеальна диференціювальна ланка, аперіодична ланка та коливальна ланка.

В другій частині досліджується якість проходження через аперіодичну ланку меандру постійної частоти в залежності від значення постійної часу ланки.

Третя частина спрямована на формування висновків щодо практичного використання результатів, отриманих в ході виконання лабораторної роботи.

Дослідження виконується за допомогою віртуальних приборів, як то: генератори сигналів та осцилограф. Під час проведення роботи виконується моделювання генерації сигналів з подальшою обробкою змодельованих сигналів та візуалізацією результатів обробки. Моделювання та обробка проводяться у середовищі Matlab – Simulink. Аналіз отриманих результатів проводиться візуально-аналітичним методом.

До початку виконання практичної частини роботи необхідно ознайомитися з теоретичними відомостями щодо проходження детермінованих сигналів через лінійні кола, які наведені в розділі «Теоретичні відомості».

### ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

#### **Лінійні динамічні системи**

Лінійними *динамічними* системами прийнято називати пристрої, що характеризуються наступним властивістю: їх вихідний сигнал визначається не тільки величиною вхідного сигналу в даний момент часу, але і «передісторією» цього сигналу. Інакше кажучи, динамічна система має деяку кінцеву або навіть нескінченну «пам'ять», від характеру якої залежать особливості перетворення вхідного сигналу.

Серед всіляких динамічних систем важливе значення мають ті, які описуються диференціальними операторами. У загальному випадку мова йде про системи, для яких зв'язок між одновимірними вхідним і вихідним сигналами встановлюється за допомогою наступного диференціального рівняння:

$$\begin{aligned} a_n \frac{d^n u_{\text{ВИХ}}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} u_{\text{ВИХ}}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{du_{\text{ВИХ}}}{dt} + a_0 u_{\text{ВИХ}} &= \\ = b_m \frac{d^m u_{\text{ВХ}}}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} u_{\text{ВХ}}}{dt^{m-1}} + \dots + b_1 \frac{du_{\text{ВХ}}}{dt} + b_0 u_{\text{ВХ}} & \end{aligned} \quad (1)$$

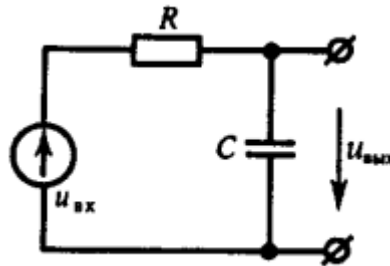
Припустимо, що вхідний сигнал  $u_{вх}(t)$  задано. Тоді права частина рівняння (1), яку можна умовно позначити  $f(t)$ , є відомою функцією. Аналіз поведінки системи зводиться при цьому до добре вивченої в математиці проблеми рішення лінійного диференціального рівняння  $n$ -го порядку з постійними коефіцієнтами:

$$a_n \frac{d^n u_{вих}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} u_{вих}}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{du_{вих}}{dt} + a_0 u_{вих} = f(t) \quad (2)$$

Порядок  $n$  цього рівняння прийнято називати порядком динамічної системи.

Розглянемо кілька прикладів динамічних систем і відповідних їм диференціальних рівнянь.

**Приклад 1 Аперіодична ланка** Дано  $RC$ -коло виду  $\Gamma$ -образного чотириполюсника, яке збуджується з боку входу джерелом ЕРС (електрорушійної сили)  $u_{вх}(t)$ . Вихідним сигналом служить напруга на конденсаторі.

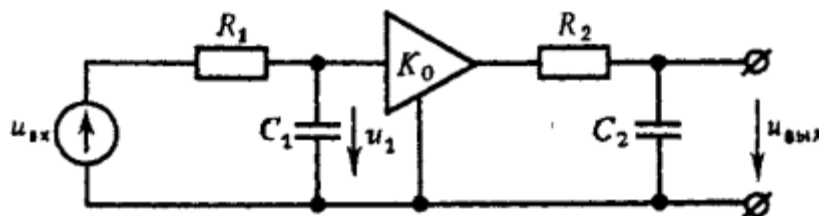


Оскільки струм в колі  $i(t) = C \frac{du_{вих}}{dt}$ , то, використовуючи другий закон Кірхгофа, отримуємо диференціальне рівняння:

$$RC \frac{du_{вих}}{dt} + u_{вих} = u_{вх} \quad (3)$$

Отже,  $RC$ -коло є прикладом динамічної системи 1-го порядку. Найважливіший параметр цього кола – постійна часу  $\tau = RC$ , що визначає характерний часовий масштаб протікання процесів в системі. Така ланка першого порядку називається **аперіодичною ланкою**. Інша назва для цієї ланки – інерційна ланка.

**Приклад 2** Дано більш складну систему, утворену двома  $RC$ -колами, які розділені ідеальним підсилювачем з коефіцієнтом посилення  $K_0$ . Вхідний опір підсилювача нескінченно великий, а вихідний опір нескінченно малий, тому підсилювач є ідеальним елементом розв'язки між колами.



Вводячи дві постійні часу  $\tau_1 = R_1 C_1$  та  $\tau_2 = R_2 C_2$ , за аналогією з попереднім прикладом маємо наступні диференціальні рівняння 1-го порядку:

$$\tau_2 \frac{du_{\text{ВЫХ}}}{dt} + u_{\text{ВЫХ}} = K_0 u_1$$

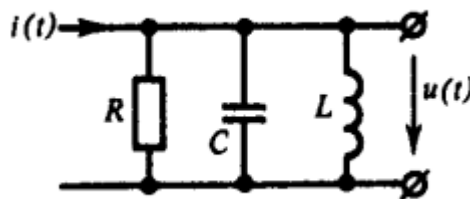
$$\tau_1 \frac{du_1}{dt} + u_1 = u_{\text{ВХ}}(t)$$

Виключивши звідси допоміжну величину  $u_1$  отримуємо диференціальне рівняння всього чотириполюсника:

$$\tau_1 \tau_2 \frac{d^2 u_{\text{ВЫХ}}}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \frac{du_{\text{ВЫХ}}}{dt} + u_{\text{ВЫХ}} = K_0 u_{\text{ВХ}} \quad (4)$$

Розглянуте тут складніше  $RC$ -коло виявляється вже системою 2-го порядку.

**Приклад 3 Коливальна ланка** Знайти диференціальне рівняння паралельного коливального контуру з втратами, вважаючи, що вхідним сигналом служить струм  $i(t)$ , а вихідним сигналом є напруга  $u(t)$  на контурі.



Підсумовуючи струми

$$i_C = C \frac{du}{dt}, \quad i_L = \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u d\xi, \quad i_R = \frac{u}{R}$$

отримуємо рівняння

$$C \frac{du}{dt} + \frac{1}{L} \int_{-\infty}^t u d\xi + \frac{u}{R} = i$$

яке шляхом одноразового диференціювання за часом приводиться до вигляду

$$\frac{d^2 u}{dt^2} + 2\alpha \frac{du}{dt} + \omega_0^2 u = \frac{1}{C} \frac{di}{dt} \quad (5)$$

де  $\alpha = 1/(2RC)$  – коефіцієнт загасання контуру,  $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$  – частота власних коливань в контурі без втрат.

Таку ланку називають **коливальною ланкою**.

### Частотний коефіцієнт передачі лінійної динамічної системи

Якщо на вхід лінійної динамічної системи надходить сигнал, що має комплексну математичну модель виду  $u_{\text{ВХ}}(t) = e^{j\omega t}$ , то сигнал на виході  $u_{\text{ВЫХ}}(t) = K(j\omega)e^{j\omega t}$ . Підставляючи ці вирази в (1), після скорочення на загальний множник знаходимо частотний коефіцієнт передачі системи:

$$K(j\omega) = \frac{b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + \dots + b_1(j\omega) + b_0}{a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + \dots + a_1(j\omega) + a_0} \quad (6)$$

Отже, частотний коефіцієнт передачі будь-якої динамічної системи, що описується звичайними диференціальними рівняннями з постійними коефіцієнтами, являє собою дрібно-раціональну функцію змінної  $j\omega$ . Коефіцієнти цієї функції співпадають з коефіцієнтами диференціального рівняння.

В інженерних розрахунках частотний коефіцієнт передачі лінійних систем часто знаходять методами теорії кіл на підставі принципових схем, не вдаючись до написання диференціальних рівнянь. Розглянемо деякі приклади.

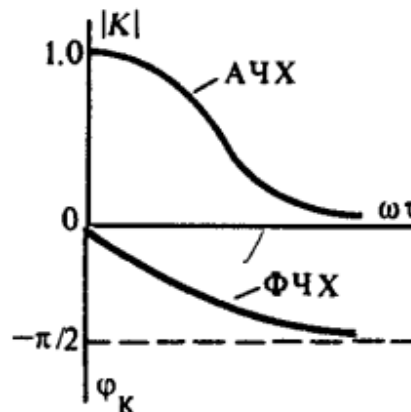
**Приклад 4** Частотний коефіцієнт передачі напруги RC-кола, схему якого наведено в прикладі 1.

Виходячи з диференційного рівняння (3), яке описує вказане лінійне коло, та на підставі формули (6) отримуємо:

$$K(j\omega) = \frac{1}{1 + j\omega RC} = \frac{1}{1 + j\omega\tau} \quad (7)$$

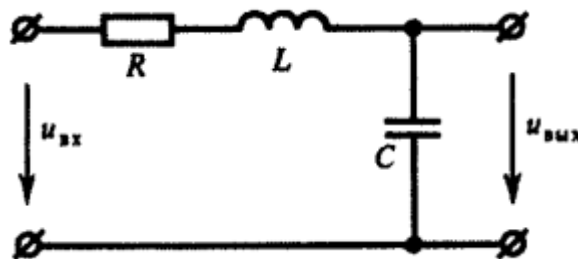
де  $\tau = RC$  – постійна часу. Рівняння АЧХ приймає вигляд  $|K(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \omega^2\tau^2}}$

ФЧХ визначається наступним чином:  $\varphi_K(\omega) = -\arctg(\omega\tau)$



Вигляд АЧХ вказує на те, що таке коло може використовуватися в якості фільтра нижніх частот (ФНЧ).

**Приклад 5** Частотний коефіцієнт передачі напруги Г-образного чотириполюсника, зібраного з елементів  $L$ ,  $C$ ,  $R$ :



Тут

$$K(j\omega) = \frac{1/(j\omega C)}{R + j\omega L + 1/(j\omega C)} = \frac{1}{(1 - \omega^2 LC) + j\omega RC}$$

звідки з'являється рівняння АЧХ

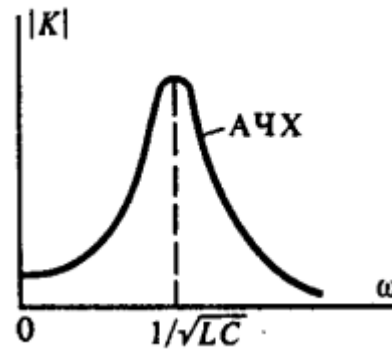
$$|K(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + \omega^2 R^2 C^2}}$$

і рівняння ФЧХ

$$\varphi_K = -\arctg[\omega RC / (1 - \omega^2 LC)]$$

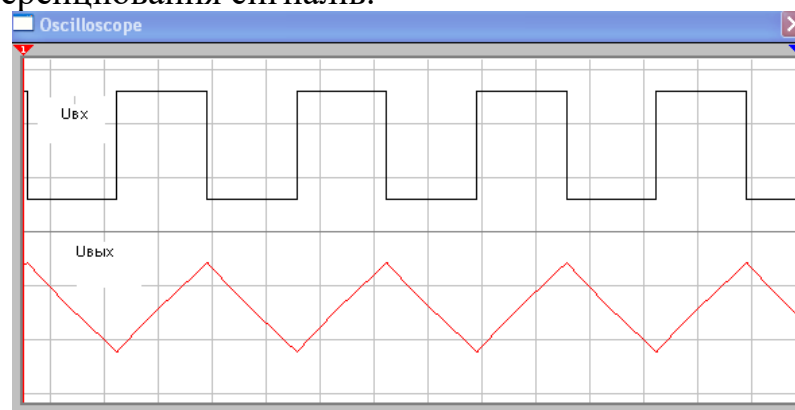
Якщо опір втрат  $R$  досить малий, так що добротність системи  $Q = \frac{\sqrt{L/C}}{R} \gg 1$ , то дане коло може з успіхом виконувати роль смугового фільтра.



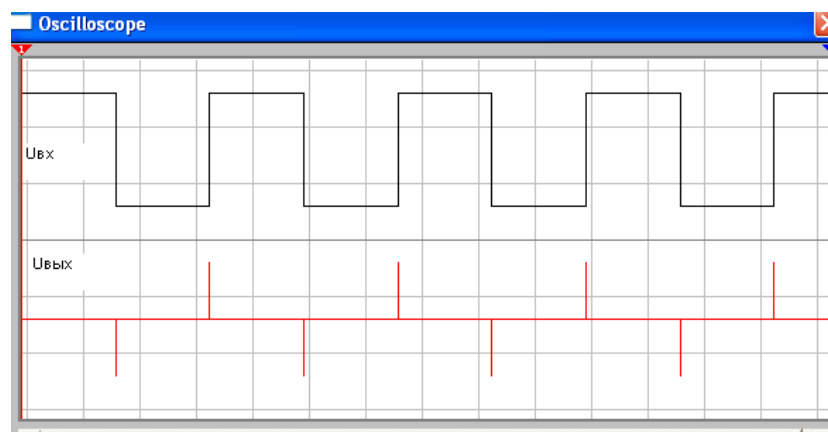


## Інтегрування та диференціювання сигналу

Дуже часто під час проведення вимірювань, контролю та керування використовується інтегрування та диференціювання виміряного сигналу. Ідеальне інтегрування та диференціювання сигналу відбувається у точній відповідності до правил інтегрування та диференціювання математичних функцій. Приклади ідеального інтегрування та диференціювання сигналів наведено на рисунках. Ланки, які виконують ідеальне інтегрування та диференціювання називають ідеальною інтегруючою ланкою та ідеальною диференціальною ланкою відповідно. Реальні прилади насправді лише приблизно відтворюють ці математичні операції, тому в цих випадках кажуть про неідеальне інтегрування та неідеальне диференціювання сигналів.



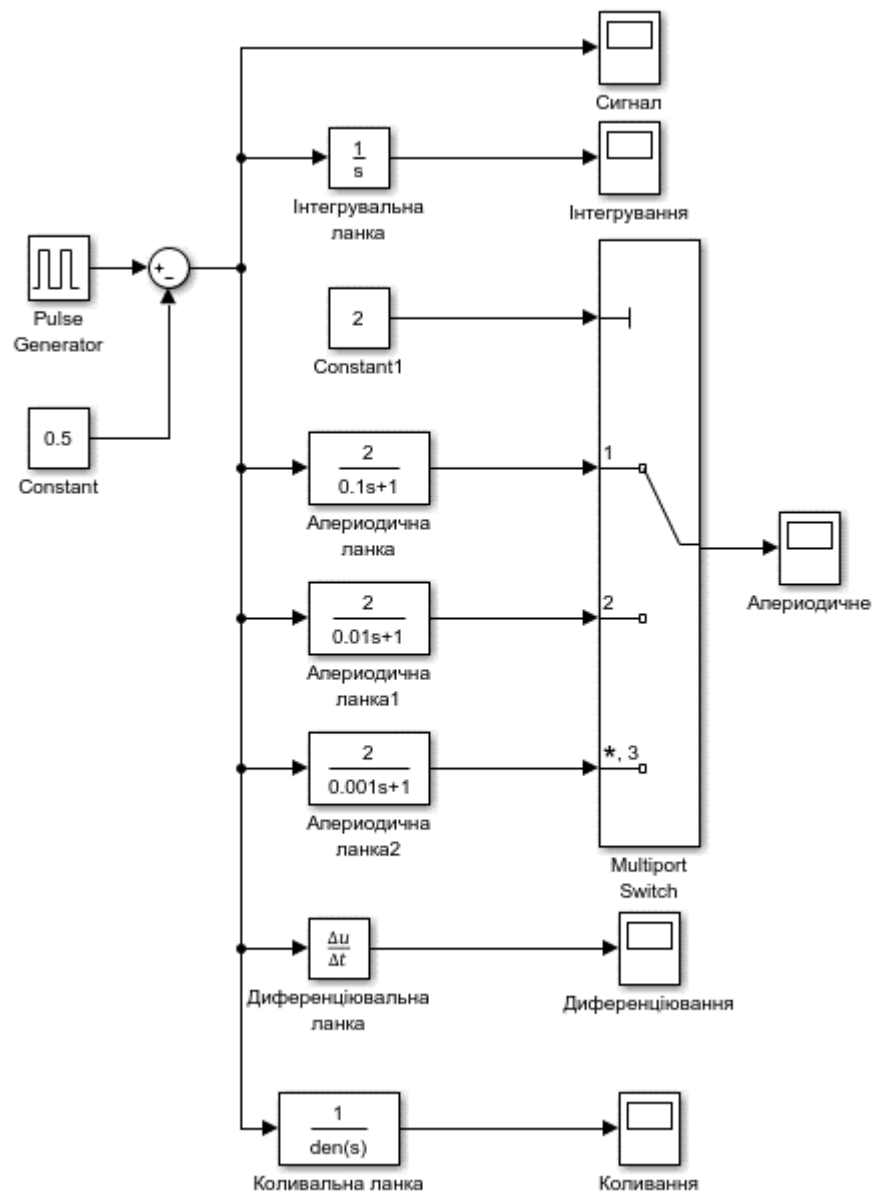
Ідеальне інтегрування сигналу



Ідеальне диференціювання сигналу

## Модель

В роботі використовується модель Simulink, яка має наступний вигляд.




## ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

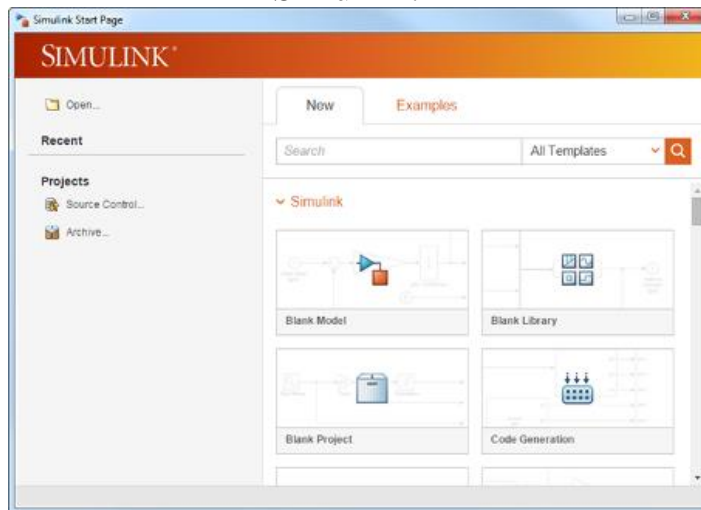
### 1. Початок роботи

1.1. Загрузити та розмістити файл `VRL_RKS_BP03_v02.slx` у папку, шлях до якої є текстом з виключно латинськими літерами.

1.2. Запустити MATLAB.

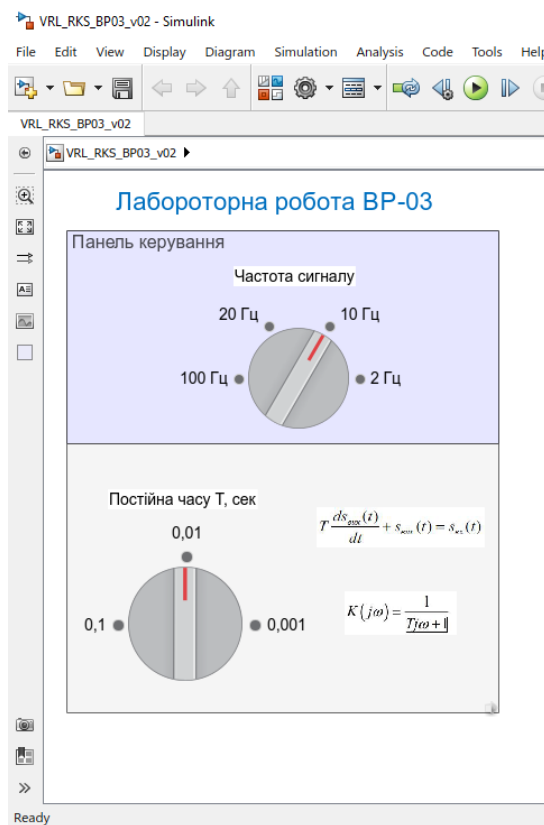
1.3. У рядку інструментів MATLAB натисніть і відпустіть кнопку Simulink . При першому запуску Simulink відбувається невелика затримка.

1.4. Відкриється початкове вікно Simulink.

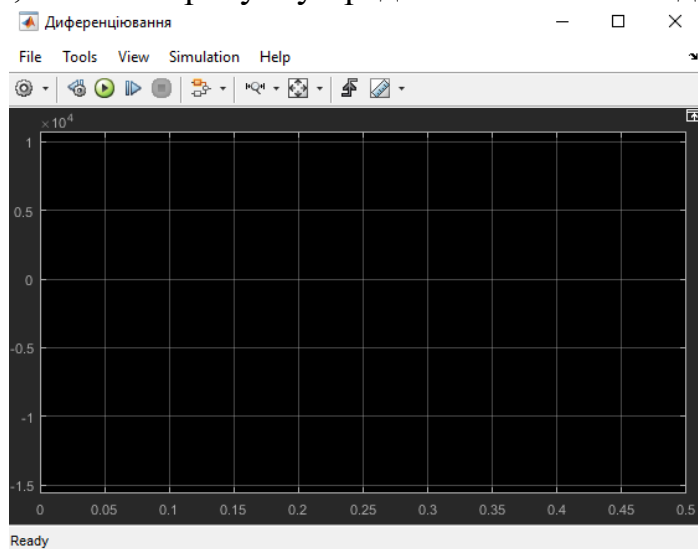


1.5. Оберіть опцію «Open» та відкрийте файл `VRL_RKS_BP03_v02.slx`

1.6. Відкриється вікно, в якому знаходиться панель керування в її початковому стані.



1.7. Одночасно відкриваються п'ять вікон інструменту «Осцилограф», які мають назви «Сигнал», «Інтегрування» «Диференціювання», «Аперіодичне», «Коливання», з яких на рисунку представлено тільки одне для прикладу:



1.8. У вікнах інструменту «Осцилограф» з'являються осцилограми відповідних сигналів:

У вікні «Сигнал» виводиться осцилограма сигналу, який знаходиться на вході лінійного кола.

У вікні «Інтегрування» виводиться осцилограма сигналу, який отримується після інтегрування сигналу (на виході ідеальної інтегруючої ланки).

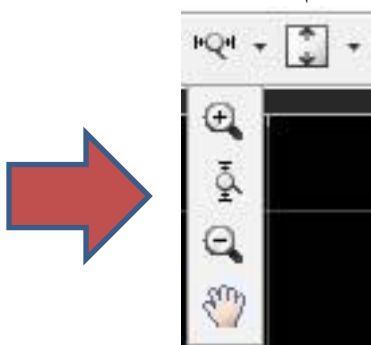
У вікні «Диференціювання» виводиться осцилограма сигналу, який отримується після диференціювання сигналу (на виході ідеальної диференціовальної ланки).

У вікні «Аперіодичне» виводиться осцилограма сигналу, який отримується на виході аперіодичної ланки.

У вікні «Коливання» виводиться осцилограма сигналу, який отримується на виході коливальної ланки.

1.9. Розташуйте вікна таким чином, щоби ті вікна, які потрібні під час виконання завдання, було видно одночасно.

1.10. Керування масштабом та переміщення всередині вікон інструменту «Осцилограф» відбувається:



а) за допомогою інструментів, що представлені у рядку інструментів цих вікон;

б) за допомогою контекстного меню, яке викликається короткочасним натисканням правої кнопки миші;

в) за допомогою «скролінгу», який виконується шляхом прокручування коліщатка миші ;

## 2. Частина перша. Дослідження проходження сигналу через різні типи лінійних кіл.

В цій частині лабораторної роботи досліджується зміни у формі сигналу після його проходження через різні лінійна кола. На вхід усіх лінійних кіл одночасно подається меандр частотою 10 Гц. Сигнал має амплітуду 1В та середнє значення 0В. Границі зміни сигналу від -0,5В до +0,5В. Далі порівнюються між собою форма вхідного сигналу та сигналу на виході:

- ідеальної інтегруючої ланки, тобто після інтегрування сигналу,
- ідеальної диференціувальної ланки, тобто після диференціювання сигналу,
- аперіодичної ланки,
- коливальної ланки.


Висновки отримуються *аналітично-візуальним методом*. Вони формуються тільки на основі візуальної інформації, виключно з якісної точки зору, без використання числових даних.

### Інструкції з виконання роботи

- 2.1. Встановить регулятор «Частота сигналу» в положення 10 Гц. Тим самим встановлюється частота 10 Гц для вхідного періодичного сигналу у формі меандру. Встановить регулятор «Постійна часу» в положення «0,01 сек».
- 2.2. Створить таблицю за зразком таблиці 2.
- 2.3. Встановить тривалість моделювання у відповідності до таблиці 1. Тривалість моделювання встановлюється у віконці, що обведено червоним на рисунку унизу, шляхом введення числового значення у секундах через крапку.



Це рекомендована тривалість, яка забезпечує мінімум операцій з масштабуванням вікон. Проте ця тривалість може бути й іншою, але не меншою. В цьому випадку для аналізу результатів потрібно виконувати масштабування у відповідності до пункту 1.10.

- 2.4. На панелі керування Simulink натисніть та відпустіть кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікнах інструменту «Осцилограф» з'являються осцилограми відповідних сигналів (див. пункт 1.8).
- 2.5. Використовуючи «Осцилограф» зафіксуйте вигляд того сигналу, що подається на вхід усіх ланок, та сигналу на виході кожної з ланок. Порівняйте між собою попарно форму всіх сигналів на осцилограмах, та зробіть висновок щодо їх схожості або несхожості. Висновок слід робити виключно з якісної точки зору, тобто без використання числових даних, тільки на основі візуальної інформації. Такий спосіб отримання висновків називають «Аналітично-візуальний метод». Якщо, наприклад, один сигнал трикутний, а другий у великій мірі теж схожий на трикутний і менш схожий на прямокутний або гармонійний, то можна зробити висновок, що

досліджувані сигнали схожі між собою за формою. В тому випадку, якщо ви доходите до висновку, що сигнали схожі, то у клітинці, яка знаходиться на перетині відповідного стовпця та відповідного рядку впишіть частоту вхідного сигналу, на якій проводилось дослідження.

- 2.6. Встановить регулятор «Частота сигналу» послідовно в положення 2 Гц, 20 Гц, 100 Гц, та за кожного значення частоти вхідного сигналу виконайте дії за пунктами 2.3–2.5. Тривалість моделювання встановлюйте у відповідності з пунктом 2.3.
- 2.7. Проаналізуйте заповнені дані у таблиці 2 та зробіть висновки щодо проходження прямокутного сигналу через аперіодичну ланку. Висновок має якісно вказувати на поведінку аперіодичної ланки в залежності від частоти сигналу. Висновок має відповідати на такі питання: На реакцію якої ланки (а може на вхідний сигнал) схожий сигнал на виході аперіодичної ланки за високої частоти та за низької частоти? Тобто як поводить себе аперіодична ланка за високої частоти та за низької частоти? На яку ланку схожа її дія (поведінка) за високої частоти та за низької частоти?
- 2.8. Проаналізуйте отримані у ході роботи осцилограми та зробіть висновки щодо особливостей проходження сигналу через коливальну ланку. Висновок має вказувати на характерні ознаки сигналу на виході цієї ланки, які чітко відрізняють її реакцію від реакції зокрема аперіодичної ланки.
- 2.9. Проаналізуйте осцилограми та поясніть, чому форма сигналу після інтегрування прямокутного сигналу має саме такий вигляд, який отримано на виході інтегруючої ланки.
- 2.10. Проаналізуйте осцилограми та поясніть, чому форма сигналу після диференціювання прямокутного сигналу має саме такий вигляд, який отримано на виході диференціювальної ланки.
- 2.11. Зроблені висновки та пояснення занесіть у таблицю 3.

Рекомендована тривалість моделювання

Таблиця 1


Частота, Гц	Рекомендована тривалість моделювання
100	0,05 сек
20	0,25 сек
10	0,5 сек
2	2,5 сек

### 3. Частина друга. Дослідження проходження сигналу через аперіодичну ланку

В цій частині роботи досліджується якість проходження через аперіодичну ланку меандру постійної частоти в залежності від значення постійної часу ланки.

#### Інструкції з виконання роботи

- 3.1. Встановить регулятор «Частота сигналу» в положення 10 Гц. Тим самим встановлюється частота 10 Гц для вхідного періодичного сигналу у формі меандру. Встановить регулятор «Постійна часу» в положення «0,01 сек».

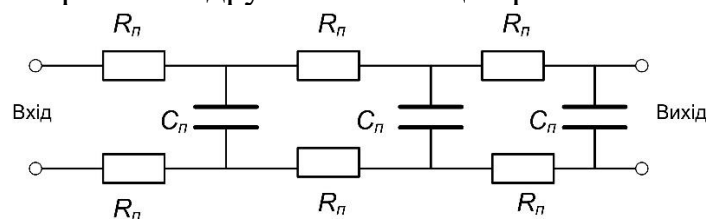
- 3.2. Встановіть тривалість моделювання 0.5 сек.
- 3.3. На панелі керування Simulink натисніть та відпустіть кнопку Run (Запустити) . Дочекайтеся закінчення моделювання. У вікнах інструменту «Осцилограф» з'являються осцилограми відповідних сигналів (див. пункт 1.8).
- 3.4. Використовуючи «Осцилограф» зафіксуйте вигляд сигналу на виході аперіодичної ланки.
- 3.5. Встановіть регулятор «Постійна часу» послідовно в положення «0,1 сек» і «0,001 сек» та для кожного значення постійної часу виконайте дії за пунктами 3.3–3.4.
- 3.6. Проаналізуйте отримані у ході роботи осцилограми сигналу на виході аперіодичної ланки та зробіть висновки щодо особливостей проходження сигналу через аперіодичну ланку. Висновок має вказувати: які (більші чи менші) значення постійної часу забезпечують краще проходження сигналу через аперіодичну ланку.
- 3.7. Отримані висновки занесіть у таблицю 4.

#### 4. Частина третя. Практичне завдання на основі отриманих висновків за результатами виконання роботи

Лінія зв'язку частіше за все являє собою аперіодичну ланку (дивись рисунок нижче), параметрами якої є погонний опір  $R_n$  (Ом/м) та погонна ємність  $C_n$  (пФ/м).

##### Інструкції з виконання роботи

- 4.1. Вкажіть яким чином треба змінювати параметри лінії зв'язку, щоб покращити якість передачі сигналу та підвищити пропускну здатність лінії. Задля отримання правильної відповіді розгляньте *Приклад 1* з розділу «Лінійні динамічні системи» теоретичних відомостей та використовуйте висновки, які отримані в другій частині цієї роботи.



- 4.2. Отримані висновки занесіть у таблицю 5.

##### Задля інформації:

В загальному випадку (з урахуванням більшого числа факторів) лінія зв'язку являє собою коливальну ланку. Тому для розподілених ліній має також враховуватись погонна індуктивність  $L_n$  та погонна взаємна індуктивність  $M_n$  ліній зв'язку. Саме через те, що лінії зв'язку для передачі інформаційних сигналів являють собою аперіодичні та коливальні лінійні динамічні кола, ця лабораторна робота приділяє особливу увагу саме типам лінійних кіл.

**ОФОРМЛЕННЯ РЕЗУЛЬТАТІВ**

Результати виконання лабораторної роботи оформити у вигляді звіту.

Нижче наведено зразки таблиць для оформлення результатів різних видів досліджень.

Результати дослідження проходження сигналу через різні типи лінійних кіл

Таблиця 2

Сигнал	на вході	після інтегрування	після диференціювання	на виході аперіодичної ланки	на виході коливальної ланки
на вході					
після інтегрування					
після диференціювання					
на виході аперіодичної ланки					
на виході коливальної ланки					

Висновки за результатами першої частини досліджень

Таблиця 3

<b><i>Висновки щодо проходження прямокутного сигналу через аперіодичну ланку</i></b>
<b><i>Висновки щодо особливостей проходження сигналу через коливальну ланку</i></b>
<b><i>Пояснення щодо форми сигналу після інтегрування прямокутного сигналу</i></b>
<b><i>Пояснення, щодо форми сигналу після диференціювання прямокутного сигналу</i></b>



## Висновки за результатами другої частини досліджень

Таблиця 4

<b><i>Висновок щодо впливу постійної часу на якість проходження сигналу через аперіодичну ланку</i></b>

## Висновки за результатами третьої частини досліджень

Таблиця 5

<b><i>Висновок щодо параметрів лінії зв'язку</i></b>